

Methoden der Registrierung und Daten-
verarbeitung für das Prospektions-Ver-
fahren "Passive Audio-Magnetotellurik"

Inaugural-Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades
der Fakultät für Geowissenschaften
der Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von
Hansjörg Dittus
am 15. Oktober 1986

1. Berichterstatter: Prof. Dr. G. Angenheister
 2. Berichterstatter: Prof. Dr. H. Soffel
- Tag der mündlichen Prüfung: 15. Dezember 1986

<u>Inhalts-Verzeichnis:</u>	Seite
Einleitung.....	1
Kapitel 1: Datenaufzeichnung, Datenauswertung und Methodik der Ergebnis-Darstellung.....	6
Kapitel 2: Der statistische Fehler der magneto- tellurischen Übertragungs-Funktion.....	21
Kapitel 3: Systematische Fehler und tellurische Verzerrung des Impedanz-Tensors.....	43
Kapitel 4: Die Spektren der erdelektrischen und erdmag- netischen Felder im Audio-Frequenzbereich.....	62
Kapitel 5: Möglichkeiten der Filterung und Daten- Selektion im Zeit- und Frequenzbereich.....	82
Kapitel 6: Grundsätzliche Überlegungen zur Aus- wertung audio-magnetotellurischer Daten.....	106
Zusammenfassung.....	124
Anhang I: Definitionen statistischer Verteilungs-Funktionen.....	129
Anhang II: Das Ellipsoid im n-dimensionalen Raum - Bestimmung der Hauptachsen und Tangentialebenen.....	131
Anhang III: Die verschiedenen Kohärenz-Begriffe und ihre Definitionen.....	136
Anhang IV: Die Entstehung der Oberwellen von Netzfrequenzen.....	143
Zusammenstellung der verwendeten Symbole und ihre Bedeutung.....	147
Literaturverzeichnis.....	151
Danksagung.....	155
Lebenslauf.....	157

Einleitung:

Seit einigen Jahren gewinnen elektromagnetische Meßverfahren auch in der Explorations-Geophysik zusehends an Bedeutung. Der Einsatz dieser Verfahren wurde erst durch die entsprechenden elektronischen Entwicklungen möglich. Der Einbau robuster, hochwertiger elektronischer Bauteile in die Apparaturen und die Verwendung von Hochleistungs-Rechnern mit geringer Leistungsaufnahme im Gelände sind unabdingbare Voraussetzungen.

Elektromagnetische Prospektions-Verfahren dienen der Untersuchung des Induktions-Effekts eines Quell-Signals auf den leitfähigen Untergrund. Das Ziel ist dabei die Bestimmung der Tiefenverteilung des spezifischen Widerstandes der Gesteine.

Man unterscheidet zwischen sogenannten aktiven und passiven Prospektions-Verfahren. Für die aktiven Verfahren sind die Quell-Signale künstlich mittels induktiver oder galvanischer Kopplung erzeugt. Bei den passiven Verfahren werden erdmagnetische Variationen natürlichen Ursprungs als Quell-Signale verwendet. Ein wesentliches Problem beim Einsatz aller elektromagnetischer Prospektions-Verfahren ist die Eliminierung von Störeinflüssen, die in ihren Amplituden oft die Feldstärken des Signals um ein vielfaches übersteigen. Bei den aktiven Verfahren der Elektromagnetik ist das Problem hoher Noise/Signal-Verhältnisse umgebar. Bei bekanntem künstlich erzeugtem Quell-Signal erreicht man durch Stapelung eine Verbesserung des Signal/Noise-Verhältnisses am Ort des Empfängers. Wichtige aktive Verfahren sind die Transienten-Verfahren (Untersuchung der Abklingkurve eines magnetischen oder elektrischen Pulses) und das Verfahren der Aktiven Audio-Magnetotellurik. Die Nachteile aller aktiven Verfahren sind der Einsatz oftmals aufwendiger Signal-Sendeanlagen und die eingeschränkten Möglichkeiten zur Untersuchung lateraler Änderungen der Leitfähigkeits-Verhältnisse. Laterale Änderungen der Leitfähigkeit des Untergrundes zwischen Quelle und Empfänger können sogar zu erhebli-

chen Interpretations-Schwierigkeiten führen.

Für ein passives Verfahren, wie dem Verfahren der Passiven Audio-Magnetotellurik, kommen diese Nachteile nicht in Betracht. Quelle ist hier das sich zeitlich ändernde natürliche erdmagnetische Feld. Dieses zeitlich variierende Feld, bedingt durch ionosphärische Stromsysteme oder tropische Gewitter, ist in erster Näherung homogen, d.h. am Ort des Empfängers befindet man sich, anders als bei den aktiven elektromagnetischen Verfahren, im Fernfeld der Quelle. Beim Verfahren der Passiven Audio-Magnetotellurik werden die zeitlichen Variationen des anregenden natürlichen erdmagnetischen Feldes sowie die zeitlichen Variationen des dadurch induzierten erdelektrischen Feldes registriert. Da die Eindringtiefen der Variationen frequenzabhängig sind, ist das Amplituden-Verhältnis zwischen dem anregenden erdmagnetischen Feld und dem dadurch induzierten erdelektrischen Feld als Funktion der Frequenz (Übertragungsfunktion) ein Maß für die Tiefenverteilung des gesteinspezifischen Widerstandes. Der dabei interessierende Frequenz-Bereich liegt beim Verfahren der Passiven Audio-Magnetotellurik zwischen $f(\max) = 1 \text{ kHz}$ und $f(\min) = 0.1 \text{ Hz}$. Die diesen Eckfrequenzen entsprechenden Eindringtiefen der elektromagnetischen Variationen sind von der Leitfähigkeits-Verteilung des Untergrundes (der Tiefenverteilung des spezifischen Gesteinswiderstandes) abhängig. Der näherungsweise Zusammenhang ist gegeben durch die Formel :

$$d_s \approx 1/2 \cdot (\rho/f)^{1/2}$$

mit: d_s - Eindringtiefe in (km)

ρ - mittl. spez. Widerstand in (Ωm)

f - Frequenz der Variation in (Hz)

Bei einem mittleren spezifischen Widerstand von $100 \Omega\text{m}$ erhält man eine Eindringtiefe für $f(\max) = 1 \text{ kHz}$ von ca. 170 m, für $f(\min) = 0.1 \text{ Hz}$ entsprechend ca. 15 km. Die Eindringtiefen der Eckfrequenzen geben einen ersten Anhalt über Auflösungsvermö-

gen und Aussagetiefe des Verfahrens.

Ein großes Problem beim Verfahren der Passiven Audio-Magnetotellurik stellt die oben schon beschriebene Tatsache großer Noise-Amplituden dar. Dem sehr energiearmen natürlichen Spektrum im Audio-Frequenz-Bereich ist ein Spektrum energiereicher Störsignale technischen Ursprungs überlagert. Die künstlich erzeugten Signale zeigen eine Ortsabhängigkeit der Anregung (z.B. Dipol-Nahfelder), so daß die Homogenitäts-Bedingung für das anregende magnetische Feld nicht erfüllt ist. Künstlich erzeugte elektromagnetische Störungen sind oft monochromatisch und hoch kohärent (z.B. die Netzfrequenzen und ihre Harmonischen), was ihre Eliminierung sehr schwierig macht. Die Amplituden der registrierten Felder zeigen große Dynamikschwankungen, insbesondere im Frequenz-Bereich zwischen 10 Hz und 0.1 Hz. Die Signal-Amplituden sind oft sehr schwach. Amplituden-Änderungen der Magnetfeld-Variationen ergeben sich im Bereich 1 - 10 nT, für das dadurch induzierte erdelektrische Feld werden Amplituden-Änderungen von manchmal nur einigen μV bei den üblichen Meßstrecken von 50 m beobachtet. Diese Probleme machen eine sehr aufwendige analoge Meßtechnik notwendig. Trotz aller Schwierigkeiten hat sich das Verfahren der Passiven Audio-Magnetotellurik als Prospektions-Verfahren bewährt.

Die in der längerperiodischen Magnetotellurik verwendeten statistischen Auswerteverfahren kommen weitgehend auch in der Passiven Audio-Magnetotellurik zur Anwendung. Modifikationen müssen allerdings vorgenommen werden. Allein der hohe Dateneintrag in sehr kurzen Zeiten macht es dem Auswerter unmöglich, Selektionen mittels Augen-Analyse vorzunehmen, wie das bei Registrierungen der längerperiodischen Magnetotellurik üblich ist. Folgerichtig müssen Kriterien gefunden werden, die eine weitgehend automatische Daten-Selektion erlauben. Die Selektion, also die Unterscheidung nach schlechten und guten Daten, muß dabei schon zu großen Teilen im Gelände erfolgen, um den Dateneintrag sinnvoll zu begrenzen. Die momentan noch im

Gelände eingesetzten Rechner, die die Registrierung der Daten steuern, sind in ihren Möglichkeiten, insbesondere der Rechengeschwindigkeit, begrenzt, so daß bei allen Selektions-Kriterien ein Kompromiß zwischen Aufwand und Rechenzeit gefunden werden muß. Einfache Selektions-Kriterien, wie z.B. die Kohärenz zwischen dem anregenden Magnetfeld und dem induzierten erdelektrischen Feld können dabei kaum Anwendung finden, da, wie schon oben erwähnt hoch kohärente Störsignale beobachtet werden. Weitergehende Überlegungen sollen deshalb angestellt werden.

In Kapitel 1 sollen zunächst die Grundbegriffe für die Auswertung und die Darstellung audio-magnetotellurischer Daten zusammengestellt und erläutert werden.

Zur Festlegung von Selektions-Kriterien ist die Kenntnis des statistischen und, soweit möglich, die Abschätzung des systematischen Fehlers der zu berechnenden Übertragungs-Funktionen wichtig. Kennt man die die Fehler bestimmenden Größen, so sind mit Hilfe dieser Größen Güte-Kriterien zu gewinnen, womit eine Daten-Selektion möglich wird.

In Kapitel 2 soll deshalb sehr ausführlich auf den statistischen Fehler der magnetotellurischen Übertragungs-Funktionen eingegangen werden.

Kapitel 3 behandelt das Problem der systematischen Fehler (Bias-Error: "bias" - schief, verzerrt, falsch). Es muß zwischen Struktur-bedingten, tellurischen Verzerrungen, die zu Fehlinterpretationen bei Auswertungen mit zweidimensionalen Leitfähigkeits-Modellen führen, und systematischen Meßfehlern unterschieden werden. Eine Trennung beider Effekte ist allerdings an bestimmte Voraussetzungen gebunden.

In Kapitel 4 werden die Spektren der registrierten Zeitreihen des erdelektrischen und des erdmagnetischen Feldes untersucht. Dabei sollen die verschiedenen Störeffekte klassifiziert werden.

Mit diesen Vorüberlegungen sollen in Kapitel 5 Verfahren zur Daten-Auswertung und Kriterien zur Daten-Selektion im Anwendungsbereich der Audio-Magnetotellurik vorgestellt, untersucht und verglichen werden. Im Hinblick auf den Einsatz als Prospektions-Verfahren sollen auch die Möglichkeiten für die Standardisierung bei Registrierung und Auswertung geprüft werden.

In Kapitel 6 werden die Ergebnisse audio-magnetotellurischer Messungen vorgestellt. Es sollen dabei nicht nur die magnetotellurischen Übertragungs-Funktionen zwischen den Horizontal-Komponenten des anregenden erdmagnetischen Feldes und dem dadurch induzierten erdelektrischen Feldes betrachtet werden, sondern auch die Übertragungs-Funktionen zwischen den erdmagnetischen Horizontal-Komponenten und der erdmagnetischen Vertikal-Komponente, die beim Verfahren der Passiven Audio-Magnetotellurik bisher selten gemessen wurde. Es ist bekannt, daß gerade die Übertragungs-Funktionen zwischen den erdmagnetischen Horizontal-Komponenten und der Vertikal-Komponente den wichtigsten Hinweis auf Gradienten der Leitfähigkeit geben, da die Induktion einer erdmagnetischen Vertikal-Komponente an laterale Änderungen der Leitfähigkeit gebunden ist. Um letztendlich die Interpretations-Verfahren der längerperiodischen Magnetotellurik auch auf den kürzer periodischen (höherfrequenten) Teil des Spektrums ausdehnen zu können, ist zu prüfen, inwieweit die in der Magnetotellurik gebräuchlichen Interpretationen mittels ein- und zweidimensionaler Modelle auch für den Bereich der Audio-Magnetotellurik möglich sind. Die angegebenen Eindringtiefen von ca. 170 m - 15 km für einen mittleren spezifischen Widerstand von 100 Ω m lassen erwarten, daß dreidimensionale Verzerrungs-Effekte mit Sicherheit zu beobachten sein werden. Solche Effekte wirken sich auch auf die Vorzugsrichtungen des erdelektrischen Feldes stark aus. In der Arbeit sollen somit die Möglichkeiten des Einsatzes des Verfahrens der Passiven Audio-Magnetotellurik untersucht werden.

Kapitel 1:

Datenaufzeichnung, Datenauswertung und Methodik der Ergebnis-Darstellung:

In diesem Kapitel sollen die wichtigsten Begriffe zur Datenaufzeichnung und -auswertung erklärt werden. Die detaillierte Ausführung der Einzelproblematik bleibt späteren Kapiteln vorbehalten. Auch soll im Rahmen dieser Arbeit auf die theoretischen Voraussetzungen des Verfahrens der Magnetotellurik nur am Rande eingegangen werden. Die Zusammenhänge sind an anderer Stelle ausführlich erläutert und begründet.

Datenaufzeichnung:

Die allen Auswertungen zu Grunde liegenden Meßdaten entstammen verschiedenen Meßkampagnen mit einer im Institut für Allgemeine und Angewandte Geophysik der Universität München projektierten und gebauten Audio-Magnetotellurik-Apparatur.

Diese prozessor-gesteuerte Meßapparatur kann im Frequenz-Bereich zwischen 1 kHz und 0.05 Hz registrieren. Der gesamte Frequenz-Bereich wird in 3 sich überlappende Frequenz-Bänder aufgeteilt. Registriert werden die zeitlichen Variationen des natürlichen erdmagnetischen und des natürlichen erdelektrischen Horizontal-Feldes. Darüber hinaus ist es möglich, auch die zeitlichen Variationen der erdmagnetischen Vertikal-Komponente zu registrieren. Die Registrierung der erdmagnetischen Variationen erfolgt über ein Induktions-Spulen-Tripel.

Die analogen Signale werden je nach registriertem Frequenz-Bereich (Band) bandpaß-gefiltert, verstärkt, digitalisiert und in Zeitreihen (Intervalle) zu je 512 Samples weggeschrieben. Zwischen den Registrier-Vorgängen einzelner Intervalle wird das jeweils gerade registrierte Intervall in allen 5 Komponenten Fourier-transformiert, und die Spektren untersucht, so daß

Steuerungen des nachfolgenden Meßvorgangs möglich werden. Pro Band werden 30 - 80 Intervalle weggeschrieben. Die Aufzeichnung in den verschiedenen Frequenz-Bändern erfolgt zeitlich nacheinander. Spezielle Kerbfilter für 16 2/3, 50, 100 oder 150 Hz machen es möglich, die z.T. sehr energiereichen Störungen durch die Netzfrequenzen und ihrer ersten Harmonischen aus den analogen Signalen vor der Bandpaß-Filterung und Verstärkung herauszufiltern.

Um den Anfall großer Datenmengen in Grenzen zu halten, ist es darüberhinaus wünschenswert, mittels geeigneter Selektions-Kriterien bereits während des Aufzeichnungs-Vorgangs eine Unterscheidung nach brauchbaren und unbrauchbaren Zeitreihen zu treffen. Die Begriffe "brauchbar" und "unbrauchbar" sind festzulegen, woraus dann auch die entsprechenden Selektions-Kriterien abgeleitet werden können. Ein Ziel dieser Arbeit ist es, hierüber Aussagen zu machen.

Datenverarbeitung:

Die Auswertung der aufgezeichneten Zeitreihen ist während der Messungen nur in beschränktem Maße möglich. Für die eigentliche magnetotellurische Auswertung und die Auswertung nach der Methode der Erdmagnetischen Tiefensondierung ist der Einsatz leistungsstarker Rechner unumgänglich. Die hier vorgestellte Auswertung der Daten erfolgte auf einer CDC-Anlage (Cyber 875) am Leibniz-Rechenzentrum der Bayerischen Akademie der Wissenschaften.

Die aufgezeichneten Zeitreihen (NS- und EW-Komponente des natürlichen erdmagnetischen und erdelektrischen sowie die Vertikal-Komponente des erdmagnetischen Feldes) werden intervallweise trendbereinigt, mit einem Cosinus-Fenster überlagert und Fourier-transformiert. Die einheitliche Länge von 512 Samples pro Intervall erbringt damit theoretisch 256 Fourier-Koeffizienten, von denen für das weitere Processing, wegen der Anti-

Aliasing Tiefpaß-Filter jedoch nur 120 - 190 verwendet werden. Die Koeffizienten jeder Feldkomponente werden dann üblicherweise zu je 15 - 20 Bereichen (Ausgleichs-Fenster) pro Frequenzband zusammengefaßt. Jedes Ausgleichs-Fenster wird der mittleren Frequenz aller Koeffizienten des Ausgleichs-Fensters zugeordnet. Die Zahl der Koeffizienten pro Ausgleichs-Fenster (Freiheitsgrad) beträgt 50 - 800.

Für jedes Ausgleichs-Fenster ist jetzt das magnetotellurische Gleichungs-System zu lösen:

$$E_X(f_i) = Z_{XX}(f_0)H_X(f_i) + Z_{XY}(f_0)H_Y(f_i) + \delta E_X(f_i) \quad (1.1a)$$

$$E_Y(f_i) = Z_{YX}(f_0)H_X(f_i) + Z_{YY}(f_0)H_Y(f_i) + \delta E_Y(f_i) \quad (1.1b)$$

$$H_Z(f_i) = T_X(f_0)H_X(f_i) + T_Y(f_0)H_Y(f_i) + \delta H_Z(f_i) \quad (1.1c)$$

mit: $i=1, \dots, n$ (n ist die Zahl der Koeffizienten pro Ausgleichs-Fenster)

$$f_0 = 1/n \cdot \sum_{i=1}^n f_i \quad (\text{Mittenfrequenz d. Ausgleichs-Fensters})$$

Die Größen Z_{ij} , T_i ($i, j=x, y$) sind die zu bestimmenden komplexwertigen Übertragungs-Funktionen.

$\vec{Z} = (Z_{ij})$ Impedanz-Tensor.

Die Elemente des Impedanz-Tensors sind die Übertragungs-Funktionen zwischen den Komponenten des horizontalen erdelektrischen und des horizontalen erdmagnetischen Feldes.

$\vec{T} = (T_i)$ Tipper-Vektor.

Die Elemente des Tipper-Vektors sind die Übertragungs-Funktionen zwischen der erdmagnetischen Vertikal- und den erdmagnetischen Horizontal-Komponenten.

Die Lösung des obigen bivariaten Gleichungs-Systems (1.1) erfolgt mittels Regressionsanalyse über die jeweils n Koeffizienten des Ausgleichs-Fensters, worauf ausführlich in Kapitel 2 eingegangen werden soll.

Ohne es an dieser Stelle in allen Einzelheiten zu beschreiben, sei darauf hingewiesen, daß sich eine Vielzahl von Möglichkeiten des Processings im oben abgesteckten Rahmen ergibt. Für die diesbezüglichen Betrachtungen sollen deshalb die wichtigsten Begriffe noch einmal zusammengestellt werden :

- Frequenzband (oder Band) : ist ein durch die Bandpässe der Meßapparatur vorgegebener Frequenz-Bereich. Bei der in diesem Fall benutzten Meßapparatur existieren 3 sich überlappende Frequenzbänder:
 1. Band : 1 kHz - 20 Hz
 2. Band : 40 Hz - 0.5 Hz
 3. Band : 4 Hz - 0.05 Hz
- Sample: ist der einzelne digitalisierte Wert.
- Intervall: ist eine Zeitreihe, die Band-abhängige Länge hat. Die Digitalisierung erfolgt dabei jedoch immer so, daß sich die einheitliche Zahl von 512 digitalisierten Werten (Samples) ergibt. Bei der verwendeten Apparatur ergeben sich für die verschiedenen Bänder folgende Abtast-Raten:
 1. Band : $3.2 \cdot 10^{-4}$ s
 2. Band : $7.5 \cdot 10^{-3}$ s
 3. Band : $1.25 \cdot 10^{-1}$ s
- Ausgleichs-Fenster: Umfaßt diejenigen Fourier-Koeffizienten, die für eine Ausgleichsrechnung bezüglich des Gleichungs-Systems (1.1) verwendet werden. Jedes Ausgleichs-Fenster wird einer mittleren Frequenz f_0 zugeordnet. In der Regel ist f_0 die mittlere Frequenz aller Frequenzen, denen die Koeffizienten

des Ausgleichs-Fensters zugeordnet sind.

- Stapelung: Unter Stapelung wird, abweichend von Zeit-Bereichs-Verfahren eine Summation mit anschließender Mittelung der Spektral-Funktionen im Frequenz-Bereich verstanden.
- Spektral-Linie: ist ein der Optik entstammender Begriff, der einen auf eine feste Frequenz festgelegten Spektral-Bereich bezeichnet.

Um das Gleichungs-System (1.1) lösen zu können, sind mindestens zwei voneinander unabhängige Messungen nötig. Es können deshalb entweder mehrere Koeffizienten nebeneinander liegender Spektral-Linien, oder aber die Koeffizienten einer Linie, aber mehrerer Intervalle in einem Ausgleichs-Fenster zusammengefaßt werden. Auch die Kombination der beiden Verfahren ist möglich. Es sei angemerkt, daß die Auswertung in einzelnen Spektral-Linien gegenüber einer Standard-Auswertung der Zusammenfassung mehrerer Linien große Vorteile bietet, jedoch sehr aufwendig ist, so daß derartige Auswertungen meist am Meßort nicht ausgeführt werden können.

Die komplexwertigen Übertragungs-Funktionen werden entweder in Betrag und Phase getrennt dargestellt oder in vektorieller Form, wobei jeweils die Real- bzw. Imaginär-Teile beider Übertragungs-Funktionen einer der Teilgleichungen (1.1a-c) die Komponenten eines Vektors bilden.

Für die Phasen der Übertragungs-Funktionen Z_{ij} und T_i ($i, j = x, y$) gilt:

$$\Phi_{ij} = \Phi(Z_{ij}(f_0)) = \arctan (\text{im}(Z_{ij}(f_0))/\text{re}(Z_{ij}(f_0))) \quad (1.2a)$$

$$\Phi_i = \Phi(T_i(f_0)) = \arctan (\text{im}(T_i(f_0))/\text{re}(T_i(f_0))) \quad (1.2b)$$

(f_0 ist die mittlere Frequenz des Ausgleichs-Fensters.)

Für den Betrag der Übertragungs-Funktion gilt:

$$\text{Amp}_{ij} = \text{Amp}(Z_{ij}(f_0)) = |Z_{ij}(f_0)| \quad (1.3a)$$

$$\text{Amp}_i = \text{Amp}(T_i(f_0)) = |T_i(f_0)| \quad (1.3b)$$

Für die Darstellung der magnetotellurischen Ergebnisse wird darüberhinaus der Betrag der Impedanz-Tensor-Elemente Z_{ij} nach folgender Gleichung in den scheinbaren spezifischen Widerstand umgerechnet:

$$\rho_{sij}(f_0) = (2\pi\mu_0/f_0) \cdot |Z_{ij}(f_0)|^2 \quad (1.4)$$

Es ist möglich, mittels der angegebenen Formeln eine Auswertung intervallweise vorzunehmen, d.h. die Übertragungs-Funktionen ($Z_{ij}(f_0)$ bzw. $T_i(f_0)$) für jedes Intervall einzeln zu berechnen. Eine Mittelung über die Ergebnisse der Übertragungs-Funktionen aller Intervalle (Stapelung) erbringt dann die endgültige Lösung für jedes Ausgleichs-Fenster. Dieses Verfahren erweist sich jedoch als nicht sehr zweckmäßig im Hinblick auf eine exakte Erfassung der statistischen Fehler. Die für diese Arbeit durchgeführten Auswertungen stützen sich deshalb alle auf eine Stapelung (Mittelung) der Spektren, d.h. die Koeffizienten eines Ausgleichs-Fensters werden gemeinsam einer Ausgleichs-Rechnung unterzogen. (Näheres dazu in Kapitel 5.)

Um die Ergebnisse unabhängig vom Meß-Koordinatensystem darstellen zu können, wird immer auf ein rechtshändiges Achsen-System mit N in Ordinaten- und E in Abszissen-Richtung Bezug genommen. Die Vertikalachse zählt positiv ins Erdinnere. In der Regel wird in der Magnetotellurik eine zusätzliche Optimierung des zunächst beliebig orientierten Koordinaten-Systems vorgenommen, die daraufhin abzielt, evt. vorhandene Vorzugsrichtungen des induzierten erdelektrischen Feldes zu erfassen. Bei ideal zweidimensionalen Strukturen kann dies durch einfache Drehung des Impedanz-Tensors erfolgen, da für den Fall

ideal zweidimensionaler Leitfähigkeits-Verhältnisse ein Koordinatensystem mit $Z_{xx}=Z_{yy}=0$ existieren muß. In diesem Fall zeigen die Koordinaten-Achsen exakt in Richtung der Achsen der Polarisations-Ellipse des erdelektrischen Feldes. Die Komponenten des anregenden erdmagnetischen Feldes und die dazu maximal-korrelierten Komponenten des erdelektrischen Feldes stehen senkrecht aufeinander.

Im Fall der Abweichung von ideal zweidimensionalen Leitfähigkeits-Verhältnissen sind die Elemente Z_{xx} und Z_{yy} des Impedanz-Tensors ungleich 0. Die Orthogonalität zwischen erdmagnetischen und maximal korrelierten erdelektrischen Feldkomponenten ist nicht mehr gegeben.

Ein anderes Verfahren zur Optimierung des Koordinaten-Systems versucht eine Minimierung der Hauptdiagonal-Elemente zu erreichen. Dies kann entweder im Real-Teil, im Imaginär-Teil oder im Betrag der entsprechenden Elemente Z_{xx} und Z_{yy} erfolgen. Man bildet zunächst die Summen und Differenzen der verschiedenen Impedanz-Tensor-Elemente:

$$S_1 = Z_{xx} + Z_{yy} \quad (1.5a)$$

$$S_2 = Z_{xy} + Z_{yx} \quad (1.5b)$$

$$D_1 = Z_{xx} - Z_{yy} \quad (1.5c)$$

$$D_2 = Z_{xy} - Z_{yx} \quad (1.5d)$$

Es läßt sich zeigen, daß die Größen S_1 und D_2 drehinvariant sind, womit bei einer Drehung um einen Winkel α gilt:

$$S'_1 = S_1 \quad (1.6a)$$

$$S'_2 = S_2 \cdot \cos 2\alpha - D_1 \cdot \sin 2\alpha \quad (1.6b)$$

$$D'_1 = D_1 \cdot \cos 2\alpha + S_2 \cdot \sin 2\alpha \quad (1.6c)$$

$$D'_2 = D_2 \quad (1.6d)$$

Zur Minimierung der Elemente Z'_{xx} und Z'_{yy} des um α gedrehten Impedanz-Tensors braucht nur D_1 minimiert zu werden, da S_1 drehinvariant ist.

Es muß also ein Winkel α_S gesucht werden, der D_1 auf eine der folgenden Arten minimiert (WIENS, SCHMUCKER 1980):

$$1. \operatorname{re}(D'_1) = 0 \quad \text{--->} \quad \tan 2\alpha = -\operatorname{re}(D_1)/\operatorname{re}(S_2)$$

$$2. \operatorname{im}(D'_1) = 0 \quad \text{--->} \quad \tan 2\alpha = -\operatorname{im}(D_1)/\operatorname{im}(S_2)$$

$$3. |Z'_{xx}|^2 + |Z'_{yy}|^2 = 1/2 \cdot (|S'_1|^2 + |D'_1|^2) \quad \text{--->} \quad \min.$$

$$\text{--->} \quad \frac{\partial |D'_1|^2}{\partial \alpha} = 0,$$

woraus sich der Winkel α_S (der Swift-Winkel) nach Einsetzen der entsprechenden Impedanz-Tensor-Elemente, berechnet (SWIFT, 1967):

$$\alpha_S = 1/4 \cdot \arctan \frac{(2 \cdot \operatorname{re}((Z_{yy} - Z_{xx}) \cdot (Z_{xy} - Z_x))}{|Z_{xy} + Z_{yx}|^2 - |Z_{yy} - Z_{xx}|^2} \quad (1.7)$$

Eine Drehung um den Swift-Winkel maximiert die Summe der Nebendiagonal-Elemente und bietet daher unter Beibehaltung der Orthogonalität zwischen den Koordinaten-Systemen des erdelektrischen und erdmagnetischen Feldes die Möglichkeit der ungefähren Orientierung des Meßkoordinaten-Systems in die Streichrichtung einer vorhandenen zweidimensionalen Struktur. Daß sich bei beliebiger Leitfähigkeits-Verteilung eine Abweichung von der Orthogonalität der maximal zueinander korrelierten Feldkomponenten des erdmagnetischen und des erdelektrischen Feldes ergeben kann, wird dabei nicht berücksichtigt.

Zur Umgehung dieser Schwierigkeit hat HAAK (1968) ein Verfahren vorgeschlagen, bei dem die Koordinaten-Systeme des erd-

elektrischen und des erdmagnetischen Feldes so gegeneinander verdreht werden, daß zwischen den E-Feld-Komponenten minimale Korrelation besteht, die Korrelation zwischen E- und H-Feld jedoch maximal ist. Das E-Feld-Koordinaten-System ist dadurch in Richtung der Hauptachsen des Polarisations-Ellipsoides ausgerichtet. Das Verfahren ist jedoch sehr rechenaufwendig, und eignet sich nicht zur Anwendung im Processing, das während der Registrierung im Gelände durchgeführt wird. Auch für ein späteres Processing ist das Verfahren nur unter der Voraussetzung weitgehend frequenzunabhängiger Vorzugsrichtungen geeignet. Für die längerperiodische Magnetotellurik ist diese Forderung in der Regel erfüllt, da hier großräumige Leitfähigkeits-Strukturen (meist ausgedehnte zweidimensionale Leitfähigkeits-Anomalien) erfaßt werden. Die im Audio-Frequenz-Bereich erreichten Eindringtiefen lassen eine solche Annahme nicht mehr uneingeschränkt zu. Die beobachteten E-Feld-Vorzugsrichtungen in diesem Bereich sind selten frequenzunabhängig. Um die Vergleichbarkeit zu gewährleisten wird deshalb am Orthogonalitäts-Grundsatz festgehalten. Die Auswertung der audio-magnetotellurischen Daten erfolgen stets in dem um den Swift-Winkel gedrehten optimierten Koordinaten-System.

Die vektorielle Darstellung der berechneten Übertragungsfunktionen:

Um die Möglichkeit des direkten Vergleichs zu geben, wurde versucht, die Darstellung der Ergebnisse der Audio-Magnetotellurik und der Erdmagnetischen Tiefensondierung im Audio-Frequenz-Bereich weitgehend den Darstellungen der längerperiodischen Magnetotellurik anzugleichen. Hierbei waren einige etwas unpraktische und auf den ersten Blick unsinnige Vereinbarungen zu treffen.

So würde man z.B. die komplexwertigen Übertragungsfunktionen im Audio-Frequenz-Bereich besser als Funktion der Frequenz f darstellen. Es wird jedoch, ausgehend von der in der länger-

periodischen Magnetotellurik üblichen Darstellung, auch für die Übertragungs-Funktionen der Audio-Magnetotellurik die Konvention der Darstellung als Funktion der Periode $T = 1/f$ übernommen. Dies bewirkt einen logarithmischen Abszissen-Maßstab in allen Darstellungen.

Die Ergebnisse der Magnetotellurik werden üblicherweise in $\varphi_{sij}(T)$ - und $\phi_{ij}(T)$ -Kurven dargestellt (mit $T = 1/f$). Dabei beschränkt man sich meist auf die Darstellung der xy- und yx-Elemente des Impedanz-Tensors, was unter der Voraussetzung angenähert zweidimensionaler Verhältnisse auch gerechtfertigt ist. Im Audio-Frequenz-Bereich werden jedoch z.T. nicht zu vernachlässigende Deviations-Momente Z_{xx} und Z_{yy} des Impedanz-Tensors beobachtet, was auf lokale oberflächennahe Strukturen zurückzuführen ist. Der Einfluß solcher oberflächennaher Strukturen kann, wie im Falle längerperiodischer Messungen üblich, nicht mehr nur als verzerrend bezeichnet werden, da die Störkörper in ihren geometrischen Ausdehnungen die Größe des betrachteten Induktions-Raumes erreichen.

Die Ergebnisse der Magnetotellurik lassen sich aus diesem Grund oft besser in Form der von SCHMUCKER und WIENS (1980) vorgeschlagenen Form der tellurischen Vektoren darstellen. In dieser Darstellung werden alle Elemente des Impedanz-Tensors berücksichtigt. Die entsprechende Definition lautet:

$$\vec{e}_i(f_0) = Z_{xi}(f_0) \cdot \hat{x} + Z_{yi}(f_0) \cdot \hat{y} \quad (\text{mit } i=x,y) \quad (1.8)$$

Die tellurischen Vektoren sind komplexwertig so daß eine Unterscheidung in Real- und Imaginär-Vektor nötig wird. Die Einheits-Vektoren $\hat{x}, \hat{y}$ sind dabei in Richtung der Meßkoordinaten gerichtet, mit der üblichen Vereinbarung $x = \text{NS}$ und $y = \text{EW}$.

Für eine in Richtung der Koordinate i ($i=x,y$) linear polarisierte Schwingung des erdmagnetischen Feldes ($\vec{H}=(H_x, 0)$ oder $\vec{H}=(0, H_y)$) sind $\hat{x}, \hat{y}$ die auf das erdmagnetische Feld normierten Vektoren des erdelektrischen Feldes.

Da Z_{xx} und Z_{yy} i.a. ungleich 0 sind, gehört zu einer linear polarisierten Schwingung des erdmagnetischen Feldes i.a. eine elliptisch polarisierte Schwingung des induzierten erdelektrischen Feldes. Diese elliptisch polarisierte Schwingung, die sich bei einer linearen, in Richtung der i-ten ($i=x,y$) Koordinate gerichteten, Anregung ergibt, läßt sich im Zeitbereich durch Überlagerung von zwei linear-polarisierten Schwingungen beschreiben (SCHMUCKER, WIENS, 1980):

$$E_x(t) = \operatorname{re}(Z_{xi} \cdot e^{i\omega t}) = \operatorname{Amp}(Z_{xi}) \cdot \cos(\omega t + \Phi_{xi})$$

$$E_y(t) = \operatorname{re}(Z_{yi} \cdot e^{i\omega t}) = \operatorname{Amp}(Z_{yi}) \cdot \cos(\omega t + \Phi_{yi}) \quad (i=x,y)$$

Diese zunächst in beliebigen Meß-Koordinaten ($x=NS$ und $y=EW$) ausgerichteten Komponenten können durch Drehung (um einen Winkel ψ_i) in ein Koordinaten-System (x',y') parallel bzw. senkrecht zu den Hauptachsen der Schwingungs-Ellipse des erdelektrischen Feldes gedreht werden, so daß gilt:

$$E_{x'}(t) = E_x \cdot \cos \psi_i + E_y \sin \psi_i = \operatorname{Amp}(Z'_{xi}) \cdot \cos(\omega t + \gamma_i)$$

$$E_{y'}(t) = -E_x \cdot \sin \psi_i + E_y \cos \psi_i = \operatorname{Amp}(Z'_{yi}) \cdot \sin(\omega t + \gamma_i)$$

In diesem Hauptachsen-transformierten Koordinaten-System sind die beiden Komponenten $E_{x'}$ und $E_{y'}$ (definitionsgemäß) genau um 90° in ihrer Phase verschoben; γ_i ist dabei ein beliebiger Phasenwinkel).

Interessant für die folgenden Betrachtungen sind der Drehwinkel ψ_i sowie das Amplituden-Verhältnis α'_i , definiert durch:

$$\alpha'_i = \arctan(\operatorname{Amp}(Z'_{xi})/\operatorname{Amp}(Z'_{yi}))$$

Zur Vereinfachung wird darüberhinaus noch das Amplitudenverhältnis im Meß-Koordinaten-System definiert zu:

$$\alpha_i = \arctan(\operatorname{Amp}(Z_{xi})/\operatorname{Amp}(Z_{yi}))$$

Aus den Bedingungen für das Hauptachsen-transformierte Koordinaten-System und für das Meß-Koordinaten-System lassen sich jetzt 2 Bestimmungs-Gleichungen für das Amplituden-Verhältnis $\tan \alpha'_i$ sowie für den Drehwinkel ϑ'_i aufstellen (SCHMUCKER, WIENS, 1980):

$$\tan 2 \vartheta'_i = \tan 2 \alpha_i \cdot \cos(\Phi_{yi} - \Phi_{xi})$$

$$\sin 2 \alpha'_i = \sin 2 \alpha_i \cdot \sin(\Phi_{yi} - \Phi_{xi})$$

Nur im Fall $\alpha'_i = 0$ ist das erdelektrische Feld linear polarisiert. Dieser Grenzfall soll noch etwas näher betrachtet werden, um die Bedeutung der tellurischen Vektoren zu erläutern. $\alpha'_i = 0$ ist nur möglich, wenn:

$$1. \quad \Phi_{yi} - \Phi_{xi} = 0 \quad \text{oder}$$

$$2. \quad \alpha_i = 0 \quad \text{bzw.} \quad \alpha_i \rightarrow \infty$$

Im ersten Fall (dem Verschwinden der Phasen-Differenz) weisen die tellurischen Real- und Imaginär-Vektoren in die gleiche Richtung. Das erdelektrische Feld wird somit nur in Betrag und Richtung verzerrt. Die Phase ist in diesem Fall nicht betroffen. Das Stromsystem wird wie ein Gleichstrom geleitet (Fall der Gleichstrom-Verzerrung).

Im zweiten Fall wird eines der beiden Impedanz-Tensor-Elemente Z_{xi} oder Z_{yi} gleich 0, was gleichzusetzen ist mit dem Grenzfall einer exakt zweidimensionalen Leitfähigkeits-Verteilung. In diesem Fall bewirkt eine Drehung des Impedanz-Tensors keine Änderung der Polarisations-Richtung des erdelektrischen Feldes, was wiederum gleichbedeutend mit der Tatsache ist, daß egal welche Polarisations-Richtung das anregende erdmagnetische Feld besitzt, die induzierten Ströme immer nur in einer Richtung fließen.

Im voraus ist an dieser Stelle anzumerken, daß im ersten Fall

der Gleichstrom-Verzerrung die tellurische Verzerrungs-Matrix rein reell ist. Im zweiten Fall, dem Fall exakt zweidimensionaler Leitfähigkeits-Verhältnisse, ist die Verzerrungs-Matrix eine komplexwertige Diagonal-Matrix. Hierauf soll ausführlich in Kapitel 3 eingegangen werden.

Auch für die Auswertung der Erdmagnetischen Tiefensondierung eignet sich eine vektorielle Darstellung der Ergebnisse besser als die Darstellung nach Betrag und Phase. Hierzu werden die nach Teilgleichung (1.1c) berechneten Übertragungs-Funktionen T_i analog der Darstellung in tellurischen Vektoren in Induktions-Pfeilen dargestellt:

$$\vec{IP}(f_0) = T_x(f_0) \cdot \hat{x} + T_y(f_0) \cdot \hat{y} \quad (1.9)$$

Auch $\vec{IP}$ ist ein komplexwertiger Vektor. Eine Darstellung in Imaginär- und Real-Pfeil ist notwendig. Es sei angemerkt, daß zur Bildung der Induktions-Pfeile die in einer Zeile des magnetotellurischen Gleichungs-Systems stehenden Übertragungs-Funktionen, nämlich die der Teilgleichung (1.1c) benötigt werden. Für die Bildung der tellurischen Vektoren dagegen benötigt man jeweils eine Spalte des Impedanz-Tensors, d.h. jeweils die in den Teilgleichungen (1.1a) und (1.1b) übereinanderstehenden Übertragungs-Funktionen.

Im Falle eindimensionaler Leitfähigkeits-Verhältnisse bei quasi-homogenem Quellfeld werden keine vertikalen Magnetfeld-Anteile gemessen ($H_z = 0$), d.h. es existieren auch keine Induktions-Pfeile. Erst laterale Leitfähigkeits-Grenzen ergeben Feld-Anteile auch in der erdmagnetischen Vertikal-Komponente. Im folgenden sollen deshalb kurz einige wesentliche Eigenschaften der Induktions-Pfeile für den Fall einer ideal zweidimensionalen Struktur zusammengestellt werden.

Die Induktions-Pfeile beziehen ihre wesentliche Aussagekraft aus der Tatsache, daß sie im ideal zweidimensionalen Fall ei-

nen direkten Hinweis auf den Verlauf der lateralen Leitfähigkeits-Grenze geben. Definitionsgemäß stehen sie immer senkrecht zu dieser Grenze, wobei die Real-Pfeile, also diejenigen Pfeile, die die rein ohm'schen Anteile repräsentieren, dabei so gerichtet sind, daß sie auf den Viertelraum mit der niedrigeren integrierten Leitfähigkeit hinzeigen.

Für eine ideal zweidimensionale Struktur ist der Real-Pfeil (in-phase-Anteil) parallel oder antiparallel zum entsprechenden Imaginär-Pfeil (out-of-phase-Anteil). Zusätzliche laterale Leitfähigkeits-Grenzen bewirken dementsprechend Abweichungen von der Parallelität.

Zu hohen Frequenzen hin überwiegt der Effekt der Selbstinduktion, was ein Nacheilen des out-of-phase-Anteils bewirkt. Somit sind in diesem Fall Real- und Imaginär-Pfeil gleichgerichtet. Im Bereich niedriger Frequenzen überwiegt der kapazitive Effekt, was entsprechend bewirkt, daß Real- und Imaginär-Pfeil entgegengesetzt gerichtet sind. Es existiert somit eine bestimmte Frequenz, für die der Untergrund rein ohm'sch wirkt, wo also nur Real-Pfeile existieren. Im Nulldurchgang der Imaginär-Pfeile besitzen die Real-Pfeile ihr Maximum (Für eine ausführliche Beschreibung sei insbesondere auf die Arbeit von TEUFEL (1983) hingewiesen.

Mit diesen für sehr einfach strukturierten zweidimensionalen Untergrund gültigen Überlegungen ist eine Beschreibung der wahren Leitfähigkeits-Verhältnisse in erster Näherung meist gut möglich, was die Beliebtheit der Darstellung bewirkt hat. Für den Fall der Audio-Magnetotellurik ist die Messung der erdmagnetischen Vertikal-Komponente mit Problemen verbunden, da die senkrecht justierte Spule meist mechanischen Störungen ausgesetzt ist (vgl. auch Kapitel 4), so daß die Registrierung von $H_z(t)$ meist unterblieb. Darüberhinaus war die Meinung, daß eine Registrierung der erdmagnetischen Vertikal-Komponente auch keine wesentlichen neuen Erkenntnisse für den Bereich der hochfrequenten Audio-Magnetotellurik ergebe, da zweidimensionale Näherungen für die oberflächennahen Leitfähigkeits-Verhältnisse schlecht vorstellbar sind.

Bei den für diese Arbeit durchgeführten Messungen sind jedoch an nahezu allen Punkten auch die Variationen der erdmagnetischen Vertikal-Komponente mit aufgezeichnet worden. In Kapitel 6 soll gezeigt werden, daß die entsprechenden Ergebnisse diesen Mehraufwand rechtfertigten. Auch im Audio-Frequenz-Bereich sind Auswertungen nach der Methode der Erdmagnetischen Tiefensondierung eine wirkungsvolle Ergänzung der magnetotellurischen Ergebnisse.

Die zunächst abstrakt wirkende vektorielle Darstellung der Ergebnisse hat den großen Vorteil, daß die Leitfähigkeits-Strukturen direkt abgebildet werden. Darüberhinaus ist eine Darstellung aller Tensor-Elemente übersichtlich möglich, so daß sie sich insbesondere für die Ergebnisse im Audio-Frequenz-Bereich eignet, wo zweidimensionale Leitfähigkeits-Modelle oft zu große Interpretations-Fehler ergeben.

Kapitel 2:

Der statistische Fehler der magnetotellurischen Übertragungs-Funktionen

In diesem Kapitel soll die Fehler-Rechnung für das schon in Kapitel 1 (Gleichung (1.1)) angegebene magnetotellurische Gleichungs-System ausführlich dargestellt werden. Ziel dieser Darstellung ist eine exakte Fehler-Formel für die einzelne Übertragungs-Funktion (Impedanz-Tensor-Element oder Tipper-Vektor-Komponente). Die so abgeleitete Formel (2.24) für den statistischen Fehler soll dann mit Formeln verschiedener Autoren verglichen werden. Kennt man die den statistischen Fehler der Übertragungs-Funktionen bestimmenden Größen, so lassen sich Kriterien zur Bestimmung der Daten-Güte mittels dieser Größen festlegen.

Ausgangspunkt der Betrachtungen ist das schon aus Kapitel 1 bekannte magnetotellurische Gleichungs-System :

$$E_x(f_i) = Z_{xx}(f_0)H_x(f_i) + Z_{xy}(f_0)H_y(f_i) + \delta E_x(f_i) \quad (2.1a)$$

$$E_y(f_i) = Z_{yx}(f_0)H_x(f_i) + Z_{yy}(f_0)H_y(f_i) + \delta E_y(f_i) \quad (2.1b)$$

$$H_z(f_i) = T_x(f_0) H_x(f_i) + T_y(f_0) H_y(f_i) + \delta H_z(f_i) \quad (2.1c)$$

mit: $i=1, \dots, n$ (n ist die Zahl der Koeffizienten pro Ausgleichs-Fenster)

$$f_0 = 1/n \cdot \sum_{i=1}^n f_i \quad (\text{Mittenfrequenz d. Ausgleichs-Fensters})$$

Der in Gleichung (2.1) geführte Ansatz zwischen den einzelnen Feldkomponenten E_x, E_y, H_x, H_y und H_z repräsentiert eine der Möglichkeiten linearer Ansätze zwischen den Feldkomponenten.

Die hier berechneten Übertragungs-Funktionen sind die Impedanz-Tensor-Elemente Z_{ij} und die Komponenten T_i des Tipper-Vektors. Sämtliche anderen möglichen bivariaten linearen Ansätze zwischen den einzelnen Feldkomponenten sind dem in Gleichung (2.1) beschriebenen gleichwertig, z.B. auch ein Ansatz der Form:

$$H_X(f_i) = A_{XX}(f_0)E_X(f_i) + A_{XY}(f_i)E_Y(f_0) + \delta H_X(f_i)$$

Der beschriebene Ansatz (2.1) ist jedoch der in der Magnetotellurik gebräuchlichste.

Der in Gleichung (2.1) geführte lineare bivariate Ansatz ist in seinen Teilgleichungen entkoppelt. Jede der Teilgleichungen (2.1a,b,c) ist unterbestimmt, d.h. für eine feste Frequenz f bei nur einer Messung sind die Übertragungs-Funktionen Z_{ij} bzw. T_i nicht berechenbar. Die Lösung erfolgt demnach über eine statistische Ausgleichsrechnung, wobei die zu den n Frequenzen gehörenden Fourier-Koeffizienten der verschiedenen Feldkomponenten das der Mittenfrequenz f_0 zugeordnete Ausgleichs-Fenster bilden.

Gleichung (2.1a) stehe ohne Einschränkung im folgenden stellvertretend für alle drei Teilgleichungen des Ansatzes (2.1). Es sollen deshalb die Indizes x und y wegfallen und die Abhängigkeit von der Frequenz nicht explizit angegeben werden. Gleichung (2.1a) wird in allgemeiner Form geschrieben:

$$E_i = Z_1 H_{1i} + Z_2 H_{2i} + \delta E_i \quad (i=1, \dots, n) \quad (2.2a)$$

Darüberhinaus sollen die Vektoren der Einzelbeobachtungen eingeführt werden:

$$\{E\} = (E_1, \dots, E_n)^T \quad \{\delta E\} = (\delta E_1, \dots, \delta E_n)^T$$

$$\{H_1\} = (H_{11}, \dots, H_{1n})^T \quad \{H_2\} = (H_{21}, \dots, H_{2n})^T$$

Die vielleicht etwas ungebräuchliche vektorielle Darstellung $\{E\}, \{H_1\}, \{H_2\}$ wurde gewählt um eine Verwechslung der Feld-

Vektoren $\vec{E}$ oder $\vec{H}$ mit den Vektoren der Einzelbeobachtungen (E_i, H_{1i}, H_{2i}) zu vermeiden.

Gleichungs-System (2.2a) läßt sich jetzt schreiben:

$$\{E\} = Z_1 \cdot \{H_1\} + Z_2 \cdot \{H_2\} + \{\delta E\} \quad (2.2b)$$

Z_1 und Z_2 sind die mit ihren statistischen Fehlern zu bestimmenden Übertragungsfunktionen.

Die Lösung nach der Methode der kleinsten

Fehler-Quadrate:

Die Lösung des Gleichungs-Systems (2.2b) erfolgt nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate, was im folgenden kurz ausgeführt werden soll. Das Ergebnis dieses Abschnitts steht in Gleichung (2.4).

Ausgehend vom Gleichungs-System (2.2) wird die Summe der Fehler-Quadrate der Elemente des Vektors $\{\delta E\}$ gebildet:

$$\sum_{i=1}^n \delta E_i^2 = \sum_{i=1}^n (E_i - Z_1 H_{1i} - Z_2 H_{2i})^2 = Q(\{E\}, Z_1, Z_2)$$

gefordert ist : $Q \rightarrow \min$.

Es sind die partiellen Ableitungen nach Z_1 und Z_2 zu bilden und gleich 0 zu setzen:

$$\frac{\partial Q}{\partial Z_1} = -2 \sum_{i=1}^n (E_i - Z_1 H_{1i} - Z_2 H_{2i}) \cdot H_{1i}^* = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial Z_2} = -2 \sum_{i=1}^n (E_i - Z_1 H_{1i} - Z_2 H_{2i}) \cdot H_{2i}^* = 0$$

Daraus lassen sich jetzt die Schätzwerte für Z_1 und Z_2 berechnen. Diese Schätzwerte seien im folgenden immer mit dem Index LS (least-square-solution) versehen. Auch die quadratische Form $Q(\{E\}, Z_{1LS}, Z_{2LS})$, die nach obiger Definition gleich der Summe der Fehlerquadrate ist, sei im folgenden mit Q_{LS} bezeichnet.

Es ergibt sich :

$$\sum_{i=1}^n (H_{1i} H_{1i}^* Z_{1LS} + H_{2i} H_{1i}^* Z_{2LS}) = \sum_{i=1}^n E_i H_{1i}^*$$

$$\sum_{i=1}^n (H_{1i} H_{2i}^* Z_{1LS} + H_{2i} H_{2i}^* Z_{2LS}) = \sum_{i=1}^n E_i H_{2i}^*$$

oder vektoriell mit den beschriebenen Bezeichnungen der Spektral-Funktionen und Spektral-Matrizen:

$$[\bar{H}\bar{H}^*] \cdot (Z_{1LS}, Z_{2LS})^T = (\bar{E}\bar{H}_1^*, \bar{E}\bar{H}_2^*)^T \quad (2.3)$$

Gleichung (2.3) ist die Normal-Gleichung.

Die Lösungen Z_{1LS} und Z_{2LS} sind dann sofort anzugeben :

$$Z_{1LS} = \frac{\overline{E H_1^*} \cdot \overline{H_1 H_2^*} - \overline{H_1 H_2^*} \cdot \overline{E H_2^*}}{\overline{H_1 H_1^*} \cdot \overline{H_2 H_2^*} - \overline{H_1 H_2^*} \cdot \overline{H_2 H_1^*}} \quad (2.4a)$$

$$Z_{2LS} = \frac{\overline{E H_2^*} \cdot \overline{H_2 H_1^*} - \overline{H_2 H_1^*} \cdot \overline{E H_1^*}}{\overline{H_1 H_1^*} \cdot \overline{H_2 H_2^*} - \overline{H_1 H_2^*} \cdot \overline{H_2 H_1^*}} \quad (2.4b)$$

Die Fehler der Übertragungs-Funktionen Z_i :

Um die Fehler der Übertragungs-Funktionen Z_i zu berechnen, werden zunächst die quadratischen Formen $Q(\{E\}, Z_i)$, die definitionsgemäß gleich der Summe der Fehlerquadrate aus dem Ansatz der Gleichungen (2.1) sind, betrachtet.

Für die dem LS-Fall entsprechende quadratische Form Q_{LS} läßt sich schreiben:

$$Q_{LS} = \sum_{i=1}^n (E_i - \sum_{j=1}^2 H_{ji} Z_{jLS})^2 = | \{E\} - \{E_{LS}^P\} |^2 \quad (2.5a)$$

Dabei bezeichnet $\{E_{LS}^P\} = Z_{1LS}\{H_1\} + Z_{2LS}\{H_2\}$ den aus dem gemessenen H-Feld und Z_{iLS} rückberechneten Vektor der Beobachtungen.

Entsprechend Gleichung (2.5a) lassen sich jetzt quadratische Formen für jeden möglichen komplexen Vektor $\vec{Z} = (Z_1, Z_2)$ angeben :

$$Q(Z_1, Z_2) = | \{E\} - \{E^P\} |^2 \quad (2.5b)$$

Geometrisch anschaulich gesprochen beschreibt $(Q - Q_{LS})$ die Oberfläche eines Hyper-Ellipsoides, festgelegt durch die 4 Variablen $\text{re}(Z_1), \text{im}(Z_1), \text{re}(Z_2)$ und $\text{im}(Z_2)$ mit dem Mittelpunkt $(\text{re}(Z_{1LS}), \text{im}(Z_{1LS}), \text{re}(Z_{2LS}), \text{im}(Z_{2LS}))$ (PEDERSEN, 1982). Die Fehlerbestimmung für den Vektor $\vec{Z}$ läßt sich somit auf die Bestimmung der Halbachsen dieses Ellipsoides reduzieren. Daß $(Q - Q_{LS})$ tatsächlich ein Ellipsoid beschreibt, soll weiter unten gezeigt werden. Darüberhinaus sollen die für die Fehler-Rechnung relevanten Längen der Halbachsen bestimmt werden. Dazu sollen zunächst die Freiheitsgrade der quadratischen Formen bestimmt werden. Die Freiheitsgrade müssen bestimmt werden, da, wie sich zeigen wird, diese quadratischen Formen nicht mehr normal-verteilt, sondern χ^2 -verteilt sind.

Die Freiheitsgrade der quadratischen
Formen Q, Q_{LS} und $(Q - Q_{LS})$:

$\{E\}$ als $(n \times 1)$ -Vektor der Beobachtungen E_i läßt sich, wenn die Beobachtungen E_i als statistisch voneinander unabhängig angenommen werden, in einem n -dimensionalen Vektorraum V_n mit der Orthonormalbasis, bestehend aus den zueinander orthogonalen Einheits-Vektoren $(\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n)$, beschreiben (SCHEFFÉ, 1959). Bezeichnen $z_1, \dots, z_n$ die dazugehörigen Koordinaten, so läßt sich schreiben :

$$\{E\} = \sum_{i=1}^n z_i \hat{a}_i$$

Um auch $\{E_{LS}\}$ in diesem Vektorraum beschreiben zu können ist eine geometrische Vorüberlegung nützlich.

$\{E\} - \{E_{LS}\}$ ist eine vektorielle Subtraktion in V_n .

$\{E_{LS}\}$ ist die Projektion von $\{E\}$ auf den Untervektorraum V_{n-r} und ist somit in einem Unter-Vektorraum V_r darstellbar, wobei folgende Zusammenhänge gelten (SCHEFFÉ, 1959):

$$\{E_{LS}\} \in V_r \subset V_n \quad \text{und:} \quad V_{n-r} \subset V_n \quad \text{mit: } r < n$$

wobei : $V_r \neq V_{n-r}$

Ohne Einschränkung der Allgemeinheit lassen sich die Elemente der Orthonormalbasis $(\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n)$ so umsortieren, daß gilt:

$$\{E_{LS}\} = \sum_{i=1}^r z_i \hat{a}_i$$

Aus obiger Vorüberlegung wird klar, daß sich dann die Differenz der Vektoren $\{E\}$ und $\{E_{LS}^P\}$, bzw. Q_{LS} im Unter-Vektorraum V_{n-r} wie folgt darstellen lassen muß :

$$Q_{LS} = | \{E\} - \{E_{LS}^P\} |^2 = \left| \sum_{i=r+1}^n z_i \hat{\alpha}_i \right|^2 = \sum_{i=r+1}^n z_i^2 \quad (2.6)$$

Das letzte Gleichheitszeichen folgt aus der Tatsache, daß alle $\hat{\alpha}_i$ definitionsgemäß aufeinander senkrecht stehende Einheitsvektoren sind.

Mit den Gleichungen (2.4) und (2.5) ist Q als Variation von Q_{LS} zu verstehen, d.h. die Darstellung des Vektors $\{E^P\}$ muß in einem Untervektorraum V_{r-q} von V_r möglich sein. Somit ist $\{E^P\}$ die Projektion von $\{E\}$ auf V_{r-q} und bezgl. der eingeführten Orthonormalbasis darstellbar (SCHEFFÉ, 1959):

$$Q = | \{E\} - \{E^P\} |^2 = \sum_{i=1}^q z_i^2 + \sum_{i=r+1}^n z_i^2 \quad (2.7)$$

woraus unmittelbar folgt:

$$Q - Q_{LS} = \sum_{i=1}^q z_i^2 \quad (2.8a)$$

Darüber hinaus lassen sich zwei weitere, für spätere Zwecke noch nützliche Feststellungen treffen:

$$1. \quad V_{n-r} \perp V_r \quad (2.8b)$$

$$2. \quad Q_{LS} \text{ ist statistisch unabhängig von } (Q - Q_{LS}) \quad (2.8c)$$

Um den Zusammenhang der verschiedenen Vektorräume zu verdeutlichen, ist es nützlich, die Freiheitsgrade n, r und q für das konkrete Problem noch einmal gesondert zu betrachten.

Bei der Einführung der Orthonormalbasis ($\hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_n$) wurde bis jetzt der Einfachheit willen die Komplexwertigkeit des Vektors $\{E\}$ nicht berücksichtigt. Somit ist genaugenommen der Freiheitsgrad des betrachteten Problems nicht n sondern $2n$. Der Freiheitsgrad r bestimmt sich aus der Spektral-Matrix $[\hat{H}\hat{H}]$. Da $\{H_1\}$ und $\{H_2\}$ linear unabhängige Vektoren sind, ist $r=4$. Für Q_{LS} verbleiben somit $(2n - 4)$ Freiheitsgrade. Variiert man Q_{LS} (Die Variation wird durch Q beschrieben.), so muß entschieden werden, welche der 4 bereits bestimmten Größen des Vektors Z variiert werden sollen. Werden alle 4 gleichzeitig variiert, gilt $q=4$; wird nur eine der Größen variiert, gilt $q=1$. Für Q existieren also $2n - 4 + q$ Freiheitsgrade.

Die geometrische Deutung als Hyperellipsoid:

In diesem kleinen Abschnitt soll nur die Ellipsoid-Gleichung (2.9) abgeleitet werden. Inwieweit Gleichung (2.9) als Ellipsoid-Gleichung interpretiert werden kann, ist im Anhang II beschrieben.

Um die geometrische Deutung des Ausdrucks $Q - Q_{LS}$ als Hyperellipsoid im Raum der Elemente des Vektors Z zu erklären, wird zunächst Gleichung (2.5b) geeignet umgeformt (vgl. SCHEFFÉ, 1959):

$$\begin{aligned}
 Q_{LS} &= (\{E\} - \{EP\})^T \cdot (\{E\} - \{EP\})^* \\
 &= ((\{E\} - \{E_{LS}^P\}) + (\{E_{LS}^P\} - \{EP\}))^T \cdot ((\{E\} - \{E_{LS}^P\}) + (\{E_{LS}^P\} - \{EP\}))^* \\
 &= \underbrace{((\{E\} - \{E_{LS}^P\})^T \cdot (\{E\} - \{E_{LS}^P\})^*)}_{(I)} + \underbrace{((\{E_{LS}^P\} - \{EP\})^T \cdot (\{E_{LS}^P\} - \{EP\})^*)}_{(II)} \\
 &\quad + \underbrace{((\{E\} - \{E_{LS}^P\})^T \cdot (\{E_{LS}^P\} - \{EP\})^*)}_{(III)} + \underbrace{((\{E_{LS}^P\} - \{EP\})^T \cdot (\{E\} - \{E_{LS}^P\})^*)}_{(IV)}
 \end{aligned}$$

Term I: = Q_{LS} .

$$\begin{aligned} \text{Mit : } \{E^P\} - \{E_{LS}^P\} &= Z_1\{H_1\} + Z_2\{H_2\} - Z_{1LS}\{H_1\} - Z_{2LS}\{H_2\} \\ &= (Z_1 - Z_{1LS})\{H_1\} + (Z_2 - Z_{2LS})\{H_2\} \\ &= \Delta Z_1 \cdot \{H_1\} + \Delta Z_2 \cdot \{H_2\} \end{aligned}$$

gilt : Term II: = $\vec{\Delta Z}^T \cdot [\vec{H}\vec{H}] \cdot \vec{\Delta Z}^*$

Mit obigen Feststellungen (2.6, 2.7, 2.8) gilt:

$$(\{E\} - \{E_{LS}^P\}) \in \mathbf{V}_{n-r},$$

$$(\{E^P\} - \{E_{LS}^P\}) \in \mathbf{V}_r,$$

$$\text{und } \mathbf{V}_{n-r} \perp \mathbf{V}_r.$$

Folgerichtig werden die Vektorprodukte der Terme III und IV zu Null:

$$\text{Term III:} = 0 \quad \text{und} \quad \text{Term IV:} = 0$$

Damit gilt:

$$Q - Q_{LS} = \vec{\Delta Z}^T \cdot [\vec{H}\vec{H}] \cdot \vec{\Delta Z}^* \quad (2.9)$$

Der rechte Teil von Gleichung (2.9) beschreibt ein Ellipsoid mit dem Mittelpunkt $\vec{Z}_{LS}$ (PEDERSEN, 1982; SCHEFFE, 1959; vgl. hierzu auch Anhang II).

Die statistische Verteilung von $\vec{\Delta Z}$:

Bis zu dieser Stelle wurde noch keine Aussage über die statistische Verteilung der einzelnen Größen gemacht. Lediglich die Voraussetzung der Normalverteilung der gemessenen Größen E_i und H_i wurde in den Ansatz zur Lösung eingebracht. Um die Ver-

trauens-Intervalle (confidence-limits) für die Schätzwerte Z_{1LS} und Z_{2LS} festlegen zu können, müssen die Varianzen bekannt sein. Die Varianzen sind jedoch nur aus der statistischen Verteilungs-Funktion festzulegen. Anders ausgedrückt: Das Ziel der statistischen Untersuchungen ist die Frage nach der Wahrscheinlichkeit einer statistischen Hypothese, die im betrachteten Problem wie folgt formuliert werden kann (SCHEFFÉ, 1959):

$$\overset{!}{\Delta \vec{Z}} = 0 \quad \text{oder} \quad \overset{!}{\{EP\}} \in \mathbf{V}_{r-q}$$

Für E_i wird eine Normalverteilung vorausgesetzt:

$$p(E_i, Q_{LS}) = (2\pi\sigma^2)^{(-1/2)} \cdot \exp(-1/2 \cdot Q_{LS}/\sigma^2)$$

Mit $p(\{E\}) = p(E_1) \cdot \dots \cdot p(E_n)$ gilt:

$$p(\{E\}, Q_{LS}) = (2\pi\sigma^2)^{(-n/2)} \cdot \exp(-1/2 \cdot Q_{LS}/\sigma^2) \quad (2.10)$$

Zum Test der eingeführten Hypothese diene das Verhältnis der Maxima einer Verteilungs-Funktion unter Q_{LS} und Q :

$$L = \max(p(\{E\}, Q) / \max(p(\{E\}, Q_{LS}))$$

Dieses üblicherweise als likelihood-ratio-test bezeichnete Verfahren, macht es möglich, über einen im Prinzip einfach berechenbaren Quotienten Aussagen über die Signifikanz einer beliebigen Lösung Q zu machen, d.h. zu klären, inwieweit $\{E\}$ tatsächlich normalverteilt ist. Führt man ein Schranke L_0 ein, so ergibt sich ein Rückweisungs-Kriterium für $Q(L)$, wenn $L < L_0$. Wie weiter unten gezeigt wird, geht L_0 in die Berechnung der Halbachsen des Variations-Ellipsoides ein. Das Maximum der Verteilungs-Funktion p findet man, indem man die Ableitung nach σ^2 bildet:

$$\partial p / \partial \sigma^2 = 0$$

Das ergibt:

$$\max(p(\{E\}, Q)) = (2\pi Q/n)^{(-n/2)} \cdot \exp(-n/2)$$

und:

$$\max(p(\{E\}, Q_{LS})) = (2\pi Q_{LS}/n)^{(-n/2)} \cdot \exp(-n/2)$$

$$\rightarrow L = (Q/Q_{LS})^{(-n/2)} = (1 + (Q - Q_{LS})/Q)^{(-n/2)}$$

$$\rightarrow Q - Q_{LS} = Q_{LS}(L^{(-2/n)} - 1) = Q_{LS} \cdot L(n) \quad (2.11)$$

Statistische Verteilungs-Funktionen wie nach Gleichung (2.10) sind natürlich für die quadratischen Formen Q ungültig. Q_{LS} und $(Q - Q_{LS})$ sind, wie oben gezeigt, quadratische Formen der normal-verteilten Variablen E_i und besitzen damit χ^2 -Verteilung, was aus den Gleichungen (2.6) und (2.8a) unmittelbar hervorgeht (vgl. die Definitionen im Anhang I).

Unterliegen Q_{LS} und $(Q - Q_{LS})$ χ^2 -Verteilungen mit den Freiheitsgraden $n-r$ für Q_{LS} und q für $(Q - Q_{LS})$, wie oben erläutert, so ist $L(n)$ eine Fisher-verteilte Variable (vgl. Anhang I, Gleichung (I,6)), und es gilt (vgl. SCHEFFÉ, 1959):

$$\frac{Q - Q_{LS}}{Q_{LS}} = \frac{q}{(n - r)} \cdot F(q, (n-r), \delta) \quad (2.12)$$

Um Aussagen über den Zentrierungs-Parameter δ (vgl. Anhang I) machen zu können, muß noch einmal auf die Darstellungen von Q_{LS} und $(Q - Q_{LS})$ in den Gleichungen (2.6) und (2.8) zurückgegriffen werden. Nach der im Anhang I gegebenen Definition (I,4) wird ersichtlich, daß sich δ aus den Erwartungswerten der Einzel-funktionen ergibt. Der Erwartungswert (E_w) für $\{E\}$ ist definitionsgemäß $\{E_{LS}^P\}$. Es gilt:

$$E_w(\{E\}) = A \cdot E_w(\{z\}) = \{E_{LS}^P\}$$

$$\text{mit } \{E_{LS}^P\} \in V_r \rightarrow \alpha_i \cdot \{E_{LS}^P\} = 0 \quad (i > r) \rightarrow E_w(E_i) = 0 \quad (i > r)$$

Eine ähnliche Gleichungskette ergibt :

$$E_w(E_i) = 0 \quad (i \leq q)$$

Daraus ergibt sich :

Q_{LS} ist $\chi^2(n-r, \delta=0)$ verteilt,
und $Q - Q_{LS}$ ist $\chi^2(q, \delta) = \chi^2(q, (\sum E_w(E_i)^2))$ verteilt.

Daraus läßt sich unmittelbar mit der in Anhang I getroffenen Definition die Fisher-Verteilung des Quotienten beider quadratischen Formen ableiten (SCHEFFE, 1959). δ ist die dann noch festzulegende Wahrscheinlichkeits-Schranke. (Die hier später für δ verwendeten Werte liegen bei 0.68).

Die Berechnung der Längen der Ellipsoid-Halbachsen Das Eigenwert-Problem:

Einsetzen von Gleichung (2.12) in Gleichung (2.10) ergibt :

$$\Delta \vec{Z}^T [\hat{H}\hat{H}] \Delta \vec{Z}^* = Q_{LS} \cdot (q/(n-r)) \cdot F(q, (n-r), \delta) \quad (2.13)$$

oder mit der Definition $S = (q/(n-r)) \cdot F(q, (n-r), \delta)$

$$\Delta \vec{Z}^T \cdot (1/(S \cdot Q_{LS})) \cdot [\hat{H}\hat{H}] \cdot \Delta \vec{Z}^* = 1 \quad (2.13a)$$

Gleichung (2.13a) beschreibt somit die Oberfläche eines Hyperellipsoides, dessen Halbachsen-Längen gerade die reziproken Quadratwurzeln der Eigenwerte der Matrix $(1/(S \cdot Q_{LS})) \cdot [\hat{H}\hat{H}]$ sind. (Eine ausführliche Begründung ist im Anhang II gegeben.)

Im folgenden sollen deshalb die Eigenwerte berechnet werden. Es existiert eine Matrix P, so daß gilt :

$$P^T \cdot [\hat{H}\hat{H}] \cdot P^* = (\lambda_{ij} \delta_{ij}) \quad (2.14)$$

$\lambda_{ij} = \lambda_i$ für $i=j$ sind die gesuchten Eigenwerte der Matrix $[\hat{H}\hat{H}]$ (vgl. Anhang II).

Für die λ_i als Lösungen des charakteristischen Polynoms ergeben sich die folgenden Werte (PEDERSEN, 1982):

$$\begin{aligned}\lambda_{1/2} &= -1/2 \cdot (\overline{H_1 H_1^*} + \overline{H_2 H_2^*}) \mp ((\overline{H_1 H_1^*} + \overline{H_2 H_2^*})^2 - 4 \cdot \text{Det}[\hat{H}\hat{H}])^{1/2} \\ &= -1/2 \cdot (\overline{H_1 H_1^*} + \overline{H_2 H_2^*}) (1 \mp (1 - 4 \cdot \frac{\overline{H_1 H_1^*} \cdot \overline{H_2 H_2^*}}{(\overline{H_1 H_1^*} + \overline{H_2 H_2^*})^2} \cdot (1 - \text{KOH}^2(H_1, H_2))^{1/2}) \\ &\quad (2.15)\end{aligned}$$

wobei: $\text{Det}[\hat{H}\hat{H}] = \overline{H_1 H_1^*} \cdot \overline{H_2 H_2^*} + |\overline{H_1 H_2^*}|^2$

Für die Längen der Halbachsen gilt dann (vgl. Anhang II, Gleichung (II,6)):

$$c_{1/2} = (S \cdot Q_{LS} / 1/2)^{1/2} \quad (2.16)$$

Die Eigenwerte der SpektralMatrix $[\hat{H}\hat{H}]$ gehen genau dann gegen 0, wenn $\text{KOH}(H_1, H_2) \rightarrow 1$ (vgl. Gleichung 2.15). Die Eigenwerte sind reell, was die Identität der Fehler in Real- und Imaginär-Teil eines Elementes von Z bedeutet.

Die Bestimmung der Fehler-Vektoren $\Delta \hat{Z}_i$:

Ziel dieses Abschnittes ist die Ableitung der Gleichung (2.25), der exakten Fehlerformel für $\Delta \hat{Z}$.

Die zu den λ_i gehörigen komplexwertigen Eigenvektoren p_i , die in den Spalten der Matrix P stehen, sind in Richtung der Hauptachsen des Ellipsoides gerichtet. Um also die Extremalwerte von ΔZ_1 und ΔZ_2 zu berechnen sind zunächst die Extremalwerte (Scheitelpunkte) im Ellipsoid-eigenen Koordinatensystem zu berechnen und dann mittels der in Gleichung (II,11) im Anhang formulierten Transformation rückzurechnen. Dazu wer-

den zunächst die Normalenvektoren im Ellipsoid-eigenen Koordinaten-System (analog Gleichung (II,7) im Anhang II) definiert, wobei zu berücksichtigen ist, daß sowohl die Normalenvektoren, als auch die Eigenvektoren komplexe Vektoren sind:

$$\hat{\vec{m}}_{Yj} = P^* T \cdot \hat{\vec{m}}_{Zj} \quad (j=1,2) \quad (2.17)$$

Da die so festgelegten Normalenvektoren komplexwertig sind, wird in Real- und Imaginär-Vektoren aufgespalten :

$$\hat{n}_{Y1} = \vec{p}_1^* = \text{re}(\hat{\vec{m}}_{Y1}) \quad (2.17a)$$

$$\hat{n}_{Y2} = i \cdot \vec{p}_1^* = i \cdot \text{im}(\hat{\vec{m}}_{Y1}) \quad (2.17b)$$

$$\hat{n}_{Y3} = \vec{p}_2^* = \text{re}(\hat{\vec{m}}_{Y2}) \quad (2.17c)$$

$$\hat{n}_{Y4} = i \cdot \vec{p}_2^* = i \cdot \text{im}(\hat{\vec{m}}_{Y2}) \quad (2.17d)$$

Die vier so festgelegten Richtungen repräsentieren die möglichen Variationen für die Größen $\text{re}(Z_1)$, $\text{im}(Z_1)$, $\text{re}(Z_2)$, $\text{im}(Z_2)$. Die Ellipsen-Scheitelpunkte berechnen sich nach Gleichung (II,10) im Anhang II. Die Transformation (II,11) im Anhang II liefert dann die gesuchten Extremalwerte für ΔZ_1 und ΔZ_2 (vgl. auch PEDERSEN, 1982):

$$\vec{w}_{\text{imax}} = (\Delta Z_1, \Delta Z_2)_{\text{imax}} = P \cdot C^{-1} \cdot \hat{n}_{Yi}^* \cdot |\hat{n}_{Yi}^T \cdot C^{-1} \cdot \hat{n}_{Yi}^*|^{-1/2}$$

mit: $i = 1, \dots, 4$

Für die Matrix C läßt sich ähnlich der Definition im Anhang II (Gleichung (II,6a)) mit Gleichung (2.13a) schreiben:

$$C = P^T \cdot (1/(S \cdot Q_{LS})) \cdot [\hat{H}\hat{H}^*] \cdot P^*$$

C ist somit eine (2x2)-Diagonal-Matrix, deren Hauptdiagonalelemente die Kehrwerte der Quadrate der nach Gleichung (2.16) definierten Halbachsen sind.

Die einzelnen Extrempunkte $\vec{w}_{i\max}$ können jetzt durch Einsetzen der in den Gleichungen (2.17a-d) bestimmten Werte für die Normalen-Vektoren bestimmt werden :

$$\vec{w}_{1\max} = (c_1^2 |p_{11}|^2 + c_2^2 |p_{21}|^2)^{-1/2} \cdot \begin{cases} c_1^2 |p_{11}|^2 + c_2^2 |p_{21}|^2 \\ c_1^2 p_{12} p_{11}^* + c_2^2 p_{22} p_{21}^* \end{cases} \quad (2.18a)$$

$$\vec{w}_{2\max} = i \cdot (c_1^2 |p_{11}|^2 + c_2^2 |p_{21}|^2)^{-1/2} \cdot \begin{cases} c_1^2 |p_{11}|^2 + c_2^2 |p_{21}|^2 \\ c_1^2 p_{12} p_{11}^* + c_2^2 p_{22} p_{21}^* \end{cases} \quad (2.18b)$$

$$\vec{w}_{3\max} = (c_1^2 |p_{12}|^2 + c_2^2 |p_{22}|^2)^{-1/2} \cdot \begin{cases} c_1^2 p_{11} p_{12}^* + c_2^2 p_{12} p_{22}^* \\ c_1^2 |p_{12}|^2 + c_2^2 |p_{22}|^2 \end{cases} \quad (2.18c)$$

$$\vec{w}_{4\max} = i \cdot (c_1^2 |p_{12}|^2 + c_2^2 |p_{22}|^2)^{-1/2} \cdot \begin{cases} c_1^2 p_{11} p_{12}^* + c_2^2 p_{12} p_{22}^* \\ c_1^2 |p_{12}|^2 + c_2^2 |p_{22}|^2 \end{cases} \quad (2.18d)$$

Mit den so ermittelten Extrempunkten können jetzt die Fehler ΔZ angegeben werden. Die Fehler für Real- und Imaginär-Teile der Elemente Z_i sind, wie schon weiter oben erwähnt, und wie auch unmittelbar aus dem Gleichungs-System (2.18) ersichtlich, identisch:

$$\begin{aligned}\Delta Z_{1\max} &= \operatorname{re}(\Delta Z_1(|\vec{w}_{1\max}|)) = \operatorname{im}(\Delta Z_1(|\vec{w}_{2\max}|)) = \\ &= (c_1^2|p_{11}|^2 + c_2^2|p_{21}|^2)^{-1/2}\end{aligned}\quad (2.19a)$$

$$\begin{aligned}\Delta Z_{2\max} &= \operatorname{re}(\Delta Z_2(|\vec{w}_{3\max}|)) = \operatorname{im}(\Delta Z_2(|\vec{w}_{4\max}|)) = \\ &= (c_1^2|p_{12}|^2 + c_2^2|p_{22}|^2)^{-1/2}\end{aligned}\quad (2.19b)$$

Zur Bestimmung der Fehler ist somit die Kenntnis der Beträge der Komponenten der Eigenvektoren erforderlich. Die Eigenvektoren sind bestimmt durch Gleichung (2.14). Eine Zerlegung in die Einzelvektoren $\vec{p}_i$ ergibt:

$$[\vec{H}\vec{H}] \cdot \vec{p}_i = \lambda_i \cdot \vec{p}_i,$$

woraus sich die Bestimmungsgleichungen für die einzelnen komplexwertigen Komponenten ergeben :

$$(\overline{H_1 H_1^*} - \lambda_1) \cdot p_{11} + \overline{H_1 H_2^*} \cdot p_{12} = 0 \quad (2.20a)$$

$$\overline{H_2 H_1^*} \cdot p_{11} + (\overline{H_2 H_2^*} - \lambda_1) \cdot p_{12} = 0 \quad (2.20b)$$

mit der Zusatzbedingung :

$$|p_{11}|^2 + |p_{12}|^2 = 1 \quad \text{oder} \quad \vec{p}_i \cdot \vec{p}_i^* = 1 \quad (2.21)$$

(Mit (2.21) bewirkt man, daß die $\vec{p}_i$ tatsächlich Vektoren der Länge 1 in Richtung der Hauptachsen des Ellipsoides sind.)

Mit Gleichung (2.20) und (2.21) ergibt sich dann für die Betragsquadrate der Komponenten (PEDERSEN, 1982):

$$|p_{11}|^2 = |\overline{H_1 H_2^*}|^2 / (|\overline{H_1 H_2^*}|^2 + (\overline{H_1 H_1^*} - \lambda_1)^2) \quad (2.22a)$$

$$|p_{12}|^2 = (\overline{H_1 H_1^*} - \lambda_1)^2 / (|\overline{H_1 H_2^*}|^2 + (\overline{H_1 H_1^*} - \lambda_1)^2) \quad (2.22b)$$

$$|p_{21}|^2 = |\overline{H_1 H_2^*}|^2 / (|\overline{H_1 H_2^*}|^2 + (\overline{H_1 H_1^*} - \lambda_2)^2) \quad (2.22c)$$

$$|p_{22}|^2 = (\overline{H_1 H_1^*} - \lambda_2)^2 / (|\overline{H_1 H_2^*}|^2 + (\overline{H_1 H_1^*} - \lambda_2)^2) \quad (2.22d)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (2.22a-d) in (2.19a,b) lassen sich letztendlich die Fehler ΔZ_1 und ΔZ_2 bestimmen.

Um den Vergleich zu anderen in der Magnetotellurik gebräuchlichen Fehlerabschätzungen vornehmen zu können, ist es nützlich die Gleichungen (2.19a,b) umzuformen. Ziel dieser Umformungen soll es sein, die Fehler der Impedanz-Tensor-Elemente in direkten Zusammenhang mit den Kohärenzen zwischen den einzelnen Feld-Komponenten zu stellen. Eine ausführliche Beschreibung der Umformung findet sich bei PEDERSEN (1982). Die Definitionen für die verschiedenen Kohärenzbegriffe und ihr Zusammenhang mit den Meßgrößen sei auf Anhang III hingewiesen.

Ausgehend von Gleichung (2.19a,b) läßt sich unter Verwendung von Gleichung (2.16) zunächst schreiben :

$$\Delta Z_{imax} = S \cdot Q_{LS} \cdot ((|p_{1i}|^2/\lambda_1) + (|p_{2i}|^2/\lambda_2)) \quad (2.23)$$

mit den vereinfachenden Ausdrücken :

$$l_{ij} = \lambda_j / \overline{H_i H_i^*} \quad (i, j=1, 2)$$

$$s_i = \overline{H_k H_k^*} / \overline{H_i H_i^*} \quad (i, k=1, 2; i \neq k)$$

$$g_i = (|p_{1i}|^2/l_{1i}) + (|p_{2i}|^2/l_{2i})$$

$$h_i = s_i \cdot KOH^2(H_1, H_2)$$

läßt sich jetzt schreiben:

$$|p_{ji}|^2 = h_i / (h_i + (1 - l_{ij})^2)$$

$$g_i \cdot A_i / B_i$$

wobei vereinbart wurde :

$$A_i = (h_i + (1 - l_{i2})^2) / l_{i1} + (h_i + (1 - l_{i1})^2) / l_{i2}$$

$$B_i = (h_i + (1 - l_{i1})^2) \cdot (h_i + (1 - l_{i2})^2)$$

Die Ausdrücke A_i und B_i lassen sich mittels längerer Rechnung (vgl. hierzu PEDERSEN, 1982) vereinfachen.

Es läßt sich durch einfaches Umformen zeigen, daß gilt:

$$A_i = h_i \cdot (4 \cdot h_i + (s_i - 1)^2)$$

$$\text{und } B_i = (4 \cdot h_i + (1 - s_i)^2) / (1 - \text{KOH}^2(H_1, H_2))$$

woraus sich dann ergibt :

$$B_i = A_i / (h_i \cdot (1 - \text{KOH}^2(H_1, H_2)))$$

$$\text{---> } g_i = g_1 = g_2 = 1 / (1 - \text{KOH}^2(H_1, H_2))$$

Für beide Komponenten Z_1 und Z_2 ist g_i somit identisch.

Es ergibt sich somit letztendlich mit Gleichung (2.23) und den dort eingeführten Vereinbarungen die Beziehung:

$$\Delta Z_1^2 = S \cdot Q_{LS} \cdot (\overline{H_i H_i}^* \cdot (1 - \text{KOH}^2(H_1, H_2)))^{-1} \quad (2.24)$$

und mit der Definition für die multiple Kohärenz (vgl. Anhang III):

$$1 - \text{KOH}_m^2(E, \hat{H}) = Q_{LS} / \overline{EE}^*$$

folgt daraus:

$$\Delta Z_i^2 = S \cdot (1 - \text{KOH}_m^2(E, H) / (1 - \text{KOH}^2(H_1, H_2))) \cdot \overline{EE}^* / \overline{H_i H_i}^* \quad (2.25)$$

wobei S der weiter oben vereinbarte Statistik-Faktor ist:

$$S = q / (n - r) \cdot F(q, (n - r), \delta)$$

Der Vergleich verschiedener Fehlerformeln:

Bei der Berechnung des Fehlers mit Gleichung (2.25) wurde nur noch die Wahl der Freiheitsgrade q, n und r sowie des Zentrierungs-Parameters δ offen gelassen. Die Wahl dieser Parameter ist eine weitgehend sophistische Frage. Bei verschiedenen Autoren ergeben sich aus oftmals unterschiedlichen Ansätzen verschiedene statistische Faktoren S . Es wurde daher bis jetzt bewußt die noch unverbindliche Form des nicht bestimmten Faktors S gewählt. Im folgenden sollen deshalb verschiedene Fehler-Ansätze einander gegenüber gestellt werden. Es wird sich zeigen, daß die einzelnen Ansätze sich nur durch ihren statistischen Faktor S unterscheiden.

Anknüpfend an die Überlegungen im Anschluß an Gleichung (2.8) läßt sich zunächst festhalten, daß n als Freiheitsgrad des Gesamt-Systems bestimmt ist durch die Zahl der Einzelbeobachtungen N , d.h. die Zahl der Fourier-Koeffizienten pro Ausgleichs-Fenster. Die Komplexwertigkeit dieser Koeffizienten bewirkt, daß $n = 2N$ ist.

Um zur LS(least-square)-Lösung des Systems zu gelangen, sind mindestens 2 voneinander unabhängige Messungen nötig, d.h. $r = 2 \cdot 2$ gibt die Zahl an, um die sich der Gesamt-Freiheitsgrad erniedrigt, wenn eine Lösung festliegt.

Für die Fehler-Rechnung können 4 Größen (die Real und Imaginär-Teile von ΔZ_1 und ΔZ_2) variiert werden. Für den Fall einer Fehlerrechnung, bei der alle 4 Größen gleichzeitig variiert werden, gilt $q = 4$. Soll nur eine der Größen variiert werden, und dabei die anderen 3 festgehalten werden, so gilt $q = 1$.

Der Vergleich der Fehlerformeln bei PEDERSEN (1982) und BENDAT und PIERSOL (1971) zeigt, daß nur für q unterschiedliche Werte angegeben werden. Bei PEDERSEN gilt $q = 1$, bei BENDAT und PIERSOL $q = 4$. Im Fall $q = 1$ wird der maximal mögliche Fehler für eine der Größen berechnet, ohne Berücksichtigung der Variation der anderen Größen. Für den Fall $q = 4$ sind die ande-

ren Größen und ihre Fehler in die Berechnung mit einbezogen. Denkbar wäre auch ein Fehleransatz mit $q = 2$, der den Fall der Variation eines der beiden komplexen Elemente Z_1 oder Z_2 in Imaginär- und Real-Teil, bei gleichzeitigem Festhalten des anderen Elementes, beschreibt.

Bei GAMBLE et al. (1979) wird der Fehler des magnetotellurischen Impedanz-Tensors allgemein für ein remote-reference-processing abgeschätzt. Die dort berechnete Fehlerformel gilt ohne Einschränkung auch für den Fall des hier besprochenen Einstationen-Problems.

Die bei GAMBLE et al. angegebene Formel lautet, unter Berücksichtigung der hier eingeführten Bezeichnungen:

$$\Delta Z_i^2 = Q |\{A_i\}|^2 / (n \cdot |\text{Det}[\vec{H}\vec{H}]|^2)$$

mit : $n = 2N$ - Freiheitsgrad im Ausgleichs-Fenster

N - Zahl der Koeffizienten im Ausgleichs-Fenster

$\text{Det}[\vec{H}\vec{H}]$ - Determinante der Magnetfeld-Spektral-Matrix

$\{A_i\} = \{H_i^* \cdot \overline{H_j H_j^*} - \{H_j^* \cdot \overline{H_i H_i^*}\}$, wobei $i \neq j$ und $i, j = 1, 2$

Die bei GAMBLE et al. eingeführte Näherung: $Q = Q_{LS}$, die nach Gleichung (2.12) für große n immer gültig ist, führt nach geeigneter Umformung zu folgender Formel:

$$\Delta Z_i^2 = 1/n \cdot 1/(1 - \text{KOH}(H_1, H_2)) \cdot Q_{LS} / \overline{H_i H_i^*} \quad (2.26)$$

Der Vergleich mit Gleichung (2.24) ergibt nur einen Unterschied im statistischen Faktor. Der statistische Faktor reduziert sich bei der in Gleichung (2.26) angegebenen Fehlerformel auf den Kehrwert des Freiheitsgrad ($S = 1/n$).

Ein Vergleich der verschiedenen statistischen Faktoren der verschiedenen Fehler-Ansätze zeigt jedoch, daß alle beschriebenen statistischen Faktoren den Grenzwert $1/n$ für große n besitzen. Die jedoch üblicherweise in der Magnetotellurik und in der Audio-Magnetotellurik gebräuchlichen Freiheitsgrade rechtfertigen eine Näherung für große n nicht in jedem Fall.

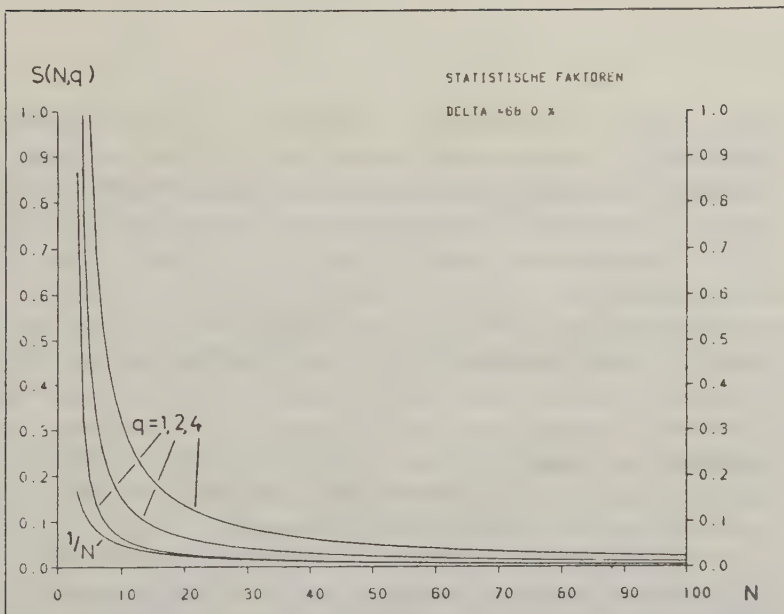


Abb.1a: Statistische Faktoren S für $\delta=0.68$ (vgl. Text) dargestellt als Funktion des Freiheitsgrades N . Verschiedene Parameter q im Vergleich zu $S=1/N$.

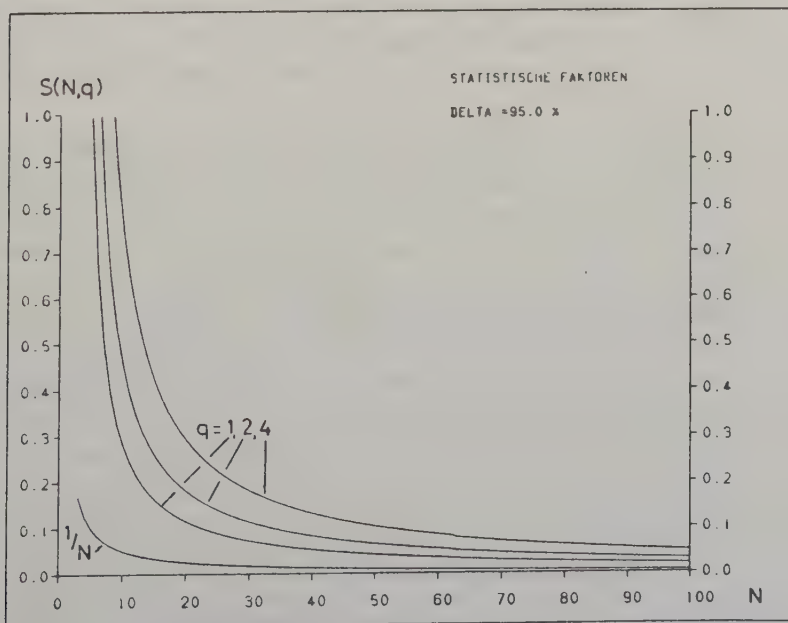


Abb.1b: Statistische Faktoren S für $\delta=0.95$ dargestellt als Funktion des Freiheitsgrades N . Verschiedene Parameter q im Vergleich zu $S=1/N$.

Abb.1a und 1b zeigen Zusammenstellungen der statistischen Faktoren für die verschiedenen Ansätze bei unterschiedlichem Zentrierungs-Parameter δ . Es ergibt sich, daß schon für $\delta = 0.68$ erst ab einer Koeffizienten-Anzahl von größer 25 die Differenzen der verschiedenen Ansätze kleiner 0.1 werden. Gegen die Näherungslösung $S = 1/n$ nach GAMBLE et al. gehen die Werte der statistischen Faktoren der verschiedenen Ansätze erst bei noch größeren Freiheitsgraden. Für größere Zentrierungs-Parameter sind noch größere Freiheitsgrade erforderlich, um Differenzen kleiner 0.1 zu erhalten. (vgl. Abb.1b). Die Differenzen der verschiedenen Ansätze für Koeffizienten-Zahlen kleiner 15 werden z.T. sehr groß. Es ergeben sich hier Abweichungen von über 100 % für die verschiedenen Fehler-Ansätze.

Um zu einer einheitlichen Beurteilung zu kommen wurde im folgenden immer mit dem bei PEDERSEN (1982) gewählten Faktor mit

$$S = 1/(2N - 4) \cdot F(1, (2N-4), \delta=0.68)$$

gerechnet.

Kapitel 3:

Systematischer Fehler und tellurische Verzerrung des Impedanz-Tensors:

Der aus den Daten berechenbare Impedanz-Tensor ist im allgemeinen verzerrt. Der Begriff der Verzerrung ist dabei mehrdeutig.

1. Bei Interpretation der Ergebnisse mit ein- oder zweidimensionalen Modellen verursachen alle tatsächlichen Abweichungen von der ideal angenommenen Leitfähigkeits-Struktur andere Werte für die verschiedenen Impedanz-Tensor-Elemente. Der Impedanz-Tensor ist verzerrt. (Ein Beispiel für einen solche Verzerrung wäre ein kleiner Störkörper, der in einem eben geschichteten Untergrund eingelagert ist.)

2. Bei allen Messungen muß davon ausgegangen werden, daß systematische Meßfehler in die Registrierung miteingehen. Auch diese Meßfehler verursachen systematische Abweichungen von einem ideal angenommenen Impedanz-Tensor (Bias-Error).

Eine Unterscheidung beider Effekte, etwa bei angenommener zweidimensionaler Leitfähigkeits-Verteilung, ist zunächst nicht möglich. Nur unter bestimmten weitergehenden Voraussetzungen an das Daten-Material können Abschätzungen gemacht werden. In diesem Kapitel soll zunächst auf die strukturellen Verzerrungen eingegangen werden. Sodann soll der maximal mögliche Bias-Effekt diskutiert werden. Ziel ist es, auch aus diesen Betrachtungen (ähnlich der Betrachtung für den statistischen Fehler) Größen zu isolieren, die eine Klassifizierung von Daten-Reihen nach "brauchbar" oder "nicht brauchbar" erlauben.

Die strukturell bedingte Verzerrung des Impedanz-Tensors:

Alle durch Abweichungen von der eindimensionalen Leitfähigkeits-Verteilung erzeugten Feldanteile des erdelektrischen Feldes werden (ob sinnvoll oder nicht) als anomale Feldanteile bezeichnet. Die Ursache hierfür ist historisch. Als das Verfahren der Magnetotellurik aufkam, war es zunächst nur möglich, relativ langperiodische Variationen der Felder zu registrieren, wodurch auch nur Aussagen über die Leitfähigkeits-Verteilung in großen Tiefen gemacht werden konnten. Um die Leitfähigkeits-Verteilung in großen Tiefen erklären zu können, genügen jedoch in erster Näherung eindimensionale Modelle (genauer: Modelle, die ab einer gewissen Tiefe einen eben geschichteten Untergrund annehmen). Die einer dünnen Deckschicht beliebiger Leitfähigkeits-Verteilung zugeschriebenen Feldanteile verursachen dann die anomalen Feldanteile im erdelektrischen Feld, d.h. der "normale", der eindimensionalen Leitfähigkeits-Verteilung zugeschriebene Impedanz-Tensor:

$$\vec{Z}_n = \begin{pmatrix} 0 & Z_n \\ -Z_n & 0 \end{pmatrix}$$

ist verzerrt. Das gemessene erdelektrische Feld läßt sich in einen normalen und anomalen Anteil zerlegen :

$$\vec{E} = \vec{E}_n + \vec{E}_a \quad ,$$

womit sich eine tellurische Verzerrungsmatrix V einführen läßt, mit der gilt :

$$\vec{Z} = \vec{Z}_n \cdot V$$

Für das beschriebene Modell einer dünnen Deckschicht mit lateral variierender Leitfähigkeit über einem geschichteten Halbraum geben COX et al. (1980) die Verzerrungs-Matrix an mit:

$$V = \begin{pmatrix} D(A+C) & D(B-1) \\ D(B+1) & D(A-C) \end{pmatrix}$$

Der Ansatz ist empirisch und bezieht seine Berechtigung aus der praktischen Anwendbarkeit.

D ist der Tellurik-Parameter, A, B und C sind die Verzerrungskoeffizienten. Allgemein gilt (NEURIEDER 1984):

$$A = (Z_{xx} + Z_{yy}) / (Z_{xy} - Z_{yx})$$

$$B = - (Z_{xy} + Z_{yx}) / (Z_{xy} - Z_{yx})$$

$$C = (Z_{xx} - Z_{yy}) / (Z_{xy} - Z_{yx})$$

Für den Fall eindimensionaler Leitfähigkeits-Verhältnisse werden kleine reelle Werte für A, B und C in einem um den Swift-Winkel gedrehten Koordinaten-System erwartet. Auch D ist in diesem Fall ein reeller Skalen-Faktor. Im Fall exakt eindimensionaler Leitfähigkeits-Verhältnisse verschwinden A, B und C sogar. Im Fall exakt zwidimensionaler Leitfähigkeits-Verhältnisse verschwinden nur noch A und C ($B \neq 0$) (NEURIEDER, 1984). A ist drehinvariant, beschreibt die Schiefe (Skewness) des berechneten und verzerrten Impedanz-Tensors und ist somit ein erstes Maß für die Verzerrung des Tensors. Die Skewness selbst ist definiert zu:

$$S = |Z_{xx} + Z_{yy}| / |Z_{xy} - Z_{yx}|$$

Voraussetzung des Verfahrens ist es jedoch, daß die Mächtigkeit der verzerrenden dünnen Deckschicht klein ist im Vergleich zur Eindringtiefe der Strom-Systeme, was im Falle audio-magnetotellurischer Messungen sicher nur unzureichend erfüllt ist. Die Existenz einer eindimensionalen Leitfähigkeits-Verteilung ab einer bestimmten Tiefe setzt weiterhin voraus, daß ein Drehwinkel für den Impedanz-Tensor existiert, für den zumindest bei niedrigen Frequenzen die beiden Phasen Φ_{xy} und

Φ_{yx} gleich sind (BAHR, 1985). Diese Forderung ist in der Regel mit audio-magnetotellurischen Daten ebenfalls nicht zu erfüllen.

BAHR (1984) schlägt deshalb ein anderes Verfahren zur Entzerrung magnetotellurischer Impedanzen vor, bei dem von einem regionalen zweidimensionalen Leitfähigkeits-Modell ausgegangen wird, dessen Impedanzen durch lokale Störkörper verzerrt sind. Für diesen Fall ist ein Impedanz-Tensor :

$$\vec{Z}_n = \begin{pmatrix} 0 & Z_p \\ Z_t & 0 \end{pmatrix}$$

als "normal" vorauszusetzen. Und es läßt sich für diesen Fall eine neue Verzerrungs-Matrix V definieren, so daß gilt:

$$\vec{Z}' = V \cdot \vec{Z}_n = \begin{pmatrix} Z'_{xx} & Z'_{xy} \\ Z'_{yx} & Z'_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{12} \cdot Z_t & v_{11} \cdot Z_p \\ v_{22} \cdot Z_t & v_{21} \cdot Z_p \end{pmatrix}$$

wobei $\vec{Z}'$ der um einen noch zu bestimmenden Winkel gedrehte Impedanz-Tensor ist.

In der Folge wird also ein Winkel (α) gesucht, um den das Meßkoordinatensystem zu drehen ist, so daß die Entzerrung erreicht wird. α ist dabei im allgemeinen ungleich dem Swift-Winkel, mit dem definitionsgemäß nur eine Optimierung des Koordinaten-Systems ohne eine Zerlegung in normalen und verzerrenden Anteil erreicht wird.

Zur Bestimmung von α ist die Phasengleichheit der Tensor-Elemente Z'_{xi} und Z'_{yi} (mit $i=x,y$) zu fordern (BAHR, 1985). Mit der Forderung:

$$\Phi'_{xx} = \Phi'_{yx}$$

gilt:

$$\operatorname{re}(Z'_{xx}) / \operatorname{im}(Z'_{xx}) = \operatorname{re}(Z'_{yx}) / \operatorname{im}(Z'_{yx})$$

$$\text{---> } \operatorname{re}(Z'_{xx}) / \operatorname{re}(Z'_{yx}) = \operatorname{im}(Z'_{xx}) / \operatorname{im}(Z'_{yx})$$

womit mit den schon in Kapitel 1 definierten Summen und Differenzen für die Impedanz-Tensor-Elemente:

$$S_1 = Z_{xx} + Z_{yy} \quad (3.1a)$$

$$S_2 = Z_{xy} + Z_{yx} \quad (3.1b)$$

$$D_1 = Z_{xx} - Z_{yy} \quad (3.1c)$$

$$D_2 = Z_{xy} - Z_{yx} \quad (3.1d)$$

und den ebenfalls in Kapitel 1 vorgestellten Gleichungen bei Drehung um einen Winkel α :

$$S_1' = S_1$$

$$S_2' = S_2 \cdot \cos 2\alpha - D_1 \cdot \sin 2\alpha$$

$$D_1' = D_1 \cdot \cos 2\alpha + S_2 \cdot \sin 2\alpha$$

$$D_2' = D_2$$

(S_1 und D_2 sind drehinvariante Größen.)
folgt:

$$\frac{\operatorname{re}(S_1 + D_1 \cdot \cos 2\alpha + S_2 \cdot \sin 2\alpha)}{\operatorname{re}(-D_2 + S_2 \cdot \cos 2\alpha - D_1 \cdot \sin 2\alpha)} = \frac{\operatorname{im}(S_1 + D_1 \cdot \cos 2\alpha + S_2 \cdot \sin 2\alpha)}{\operatorname{im}(-D_2 + S_2 \cdot \cos 2\alpha - D_1 \cdot \sin 2\alpha)}$$

Damit läßt sich die Gleichung zur Bestimmung von α angeben:

$$\begin{aligned}
 & - (\operatorname{re}(S_1 \cdot iD_1^* + S_2 \cdot iD_2^*) \cdot \sin 2\alpha \\
 & + (\operatorname{re}(S_1 \cdot iS_2^* - D_1 \cdot iD_2^*) \cdot \cos 2\alpha \\
 & + (\operatorname{re}(D_1 \cdot iS_2^* - S_1 \cdot iD_2^*)) = 0
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

und mit:

$$A = (\operatorname{re}(S_1 \cdot iD_1^* + S_2 \cdot iD_2^*))$$

$$B = (\operatorname{re}(S_1 \cdot iS_2^* - D_1 \cdot iD_2^*))$$

$$C = (\operatorname{re}(D_1 \cdot iS_2^* - S_1 \cdot iD_2^*))$$

entsprechend vereinfacht :

$$- A \cdot \sin 2\alpha + B \cdot \cos 2\alpha + C = 0 \tag{3.2a}$$

Mit dieser Definition ist C drehinvariant, was leicht gezeigt werden kann.

Für den gesuchten Drehwinkel ergibt sich:

$$\alpha_{1/2} = \arctan(\pm ((B+C)/(B-C) + (A/(B-C)^2)^{1/2} - A/(B-C))) \tag{3.3}$$

Für den Fall exakt eindimensionaler Leitfähigkeits-Verteilung gilt:

$$A = B = C = 0$$

Für den Fall einer exakt zweidimensionalen Leitfähigkeits-Verteilung gilt:

$$C = 0$$

Um eine quantitative Beschreibung der Verzerrung angeben zu können, definiert BAHN (1985) in Analogie und zusätzlich zur

Skewness S zwei ebenfalls drehinvariante Verzerrungs-Koeffizienten:

$$S = |S_1| / |D_2| = |Z_{xx} + Z_{yy}| / |Z_{xy} - Z_{yx}| \quad (3.4a)$$

$$\eta = c^{1/2} / |D_2| \quad (3.4b)$$

$$\xi = c^{1/2} / |S_1| \quad (3.4c)$$

η ist dabei die "Phasen-sensible" Schiefe des von lokalen Verzerrungen befreiten Impedanz-Tensors. S ist die "Betrags-sensible" Schiefe. ξ ist das Verhältnis beider Schiefen. Eine kleine Schiefe η deutet auf eine regionale zweidimensionale Leitfähigkeits-Verteilung hin. Eine große Skewness S wird dann nur durch eine beliebige Leitfähigkeits-Verteilung in der Deckschicht verursacht (BAHR, 1985).

Für einen Wert der Skewness S von < 0.3 ist die Berechnung der Größen η und ξ nicht sinnvoll.

Die Abschätzung des maximalen systematischen Fehlers Bias-Error:

Zur Berechnung der Verzerrungs-Koeffizienten benötigt man alle 4 Elemente des Impedanz-Tensors. Da die Elemente komplexwertig sind, gehen in die Berechnung der Verzerrungs-Koeffizienten die Fehler von insgesamt 8 Variablen ein. Eine Berechnung der Verzerrungs-Koeffizienten und der Skewness erscheint deshalb fraglich. Unter der Voraussetzung statistisch unabhängigen Noises auf allen Kanälen ist die Berechnung von Verzerrungs-Matrizen oder Verzerrungs-Koeffizienten sicher noch sinnvoll. Die Existenz systematischer Fehlerquellen bei der Bestimmung des Impedanz-Tensors macht solche Berechnungen jedoch meist unsinnig. Es ist deshalb unumgänglich, auch eine Abschätzung der möglichen systematischen Fehler (Bias-Error) durchzuführen.

ren. Verschiedene Fehlerquellen können dabei nicht getrennt werden. Inhomogene Anregungen, wie im Falle der Netz-Harmonischen, und apparative Inkonsistenzen führen beide zu systematischen Abweichungen bei der Berechnung der Schätzwerte.

Bei offensichtlich stark systematisch beeinflussten Daten, wie sie in der Audio-Magnetotellurik oft registriert werden, macht es somit keinen Sinn, "anomale" Impedanz-Tensoren mit dem Einfluß verzerrender Strukturen zu erklären. Wichtiger ist es, einen möglichen systematischen Schätzwertfehler zu erfassen. Dazu sind gewisse Voraussetzungen an die Leitfähigkeits-Verteilung, ähnlich wie bei der Abschätzung der Verzerrungs-Koeffizienten zu machen. So soll im folgenden von einer zweidimensionalen Leitfähigkeits-Verteilung ausgegangen werden, was bedeutet, daß sämtliche durch Inhomogenitäten, also Abweichungen von der zweidimensionalen Leitfähigkeits-Verteilung, hervorgerufenen Verzerrungs-Effekte wie systematische Störeffekte behandelt werden. Eine weitere Voraussetzung soll im folgenden bzgl. der Signalform gemacht werden. Es werden zunächst nur systematische Störeinflüsse betrachtet, die in einzelnen Kanälen auftreten, jedoch nicht zwischen den Kanälen korreliert sind. (Der Einfluß von Netzharmonischen bleibt damit unberücksichtigt.) Somit sind lediglich die Auto-Power-Spektren systematisch beeinflusst. Die Cross-Power-Spektren bleiben unter dieser Annahme unbeeinflusst.

Ausgehend von Gleichung (2.1), dem magnetotellurischen Gleichungs-System, wird ohne Einschränkung der Allgemeinheit zunächst eine der drei Teilgleichungen herausgegriffen. Analog Gleichung (2.2) gilt:

$$E_i = Z_1 \cdot H_{1i} + Z_2 \cdot H_{2i} + \delta E_i \quad (i=1, \dots, n)$$

Nach Kapitel 2 (Gleichung 2.4) erhält man die least-square-solution der Tensorelemente Z_1 und Z_2 zu:

$$Z_{iLS} = \frac{\overline{E H_i^*} \overline{H_j H_j^*} - \overline{H_i H_j^*} \overline{E H_j^*}}{\overline{H_1 H_1^*} \overline{H_2 H_2^*} - \overline{H_1 H_2^*} \overline{H_2 H_1^*}} \quad (i, j=1, 2, i \neq j) \quad (3.5)$$

Im folgenden seien entsprechend der getroffenen Vereinbarung die Auto-Power-Spektren in einen Noise-freien Anteil (mit Index 0 bezeichnet) und einen Restanteil (mit Zusatz δ) zerlegt:

$$\overline{E E^*} = (\overline{E E^*})_0 + \delta(\overline{E E^*})$$

$$\text{und} \quad \overline{H_j H_j^*} = (\overline{H_j H_j^*})_0 + \delta(\overline{H_j H_j^*}) \quad (j=1, 2)$$

Damit läßt sich die von systematischen Störeinflüssen befreite Lösung des Impedanz-Tensors angeben:

$$Z_{i0} = \frac{\overline{E H_i^*} \overline{H_i H_i^*} - \overline{H_i H_j^*} \overline{E H_j^*}}{(\overline{H_1 H_1^*})_0 (\overline{H_2 H_2^*})_0 - \overline{H_1 H_2^*} \overline{H_2 H_1^*}} \quad (i, j=1, 2, i \neq j) \quad (3.6)$$

womit der funktionale Zusammenhang der Lösungen Z_{iLS} und Z_{i0} angegeben werden kann :

$$\begin{aligned} Z_{iLS} = Z_{i0} - & \left(\frac{\delta(\overline{H_i H_i^*})}{\overline{H_i H_i^*}} \cdot \frac{1}{1 - \text{KOH}^2(H_1, H_2)} \right) \cdot Z_{i0} \\ & + \left(\frac{\delta(\overline{H_j H_j^*})}{\overline{H_j H_j^*}} \cdot \frac{\text{KOH}^2(H_1, H_2)}{1 - \text{KOH}^2(H_1, H_2)} \right) \cdot Z_{j0} \quad (3.7) \end{aligned}$$

(i, j=1, 2, i ≠ j)

$\text{KOH}(H_1, H_2)$ ist die einfache Kohärenz zwischen den Magnetfeld-Komponenten H_1 und H_2 (vgl. auch Anhang III).

Mit der vereinfachenden Bezeichnung:

$$x_i = \frac{\delta(\overline{H_i H_i^*})}{\overline{H_i H_i^*}} \cdot \frac{1}{1 - \text{KOH}^2(H_1, H_2)}$$

$$y_i = \frac{\delta(\overline{H_i H_i^*})}{H_i H_j^*} \cdot \frac{\text{KOH}^2(H_1, H_2)}{1 - \text{KOH}^2(H_1, H_2)}$$

gilt:

$$Z_{iLS} = Z_{i0} - x_i \cdot Z_{i0} + y_j \cdot Z_{j0} \quad (i, j=1, 2, i \neq j) \quad (3.8)$$

Die Koeffizienten x_i und y_i beschreiben die systematischen Abweichungen unter den weiter oben gemachten Voraussetzungen für die registrierten Signale. x_i ist ein reeller, y_i ein komplexwertiger Koeffizient.

Zwischen den Koeffizienten x und y besteht der Zusammenhang:

$$y_j = \frac{\text{KOH}(H_1, H_2)}{1 - \text{KOH}(H_1, H_2)} \cdot \frac{\delta(\overline{H_j H_j^*})}{\overline{H_j H_i^*}} = x_i \cdot \text{KOH}(H_1, H_2) \frac{\overline{H_j H_j^*}}{\overline{H_j H_i^*}}$$

$$\text{mit } i, j=1, 2, i \neq j. \quad (3.9)$$

Mit der aus Anhang III bekannten Definition für die einfache Kohärenz läßt sich der Maximalwert für x_i angeben (PEDERSEN, SVENNEKJAER, 1984):

$$\begin{aligned} \text{KOH}^2(H_i, H_j) &= \frac{|\overline{H_i H_j^*}|^2}{\overline{H_i H_i^*} \cdot \overline{H_j H_j^*}} \leq \frac{|\overline{H_i H_j^*}|^2 \cdot (\overline{H_j H_j^*} - \delta(\overline{H_j H_j^*}))}{(\overline{H_i H_i^*})_0 \cdot (\overline{H_j H_j^*})_0 \cdot \overline{H_j H_j^*}} \\ &\leq 1 - (\delta(\overline{H_j H_j^*}) / \overline{H_j H_j^*}) \end{aligned}$$

woraus mit $0 \leq \text{KOH}^2(H_1, H_2) = \text{KOH}^2(H_2, H_1) \leq 1$

folgt: $0 \leq x_i \leq 1$

Unter der Voraussetzung zweidimensionaler Leitfähigkeitsverhältnisse werden die Tensor-Elemente Z_{xx} und Z_{yy} im optimierten (im um den Swift-Winkel gedrehten) Koordinaten-System gleich 0. Mit Gleichung (3.9) lassen sich damit die Zusammenhänge zwischen den gemessenen Tensor-Elementen Z_{ijLS} und den von Störeinflüssen befreiten Elementen Z_{ijo} im einzelnen angeben (PEDERSEN, SVENNEKJAER, 1984). Es wird dabei der Anschaulichkeit wegen die Komponenten-Schreibweise im x,y-Koordinaten-System gewählt:

$$Z_{xxLS} = KOH^2(H_x, H_y) \cdot \frac{\overline{H_y H_y^*}}{\overline{H_x H_x^*}} \cdot x_2 \cdot Z_{xyo} \quad (3.10a)$$

$$Z_{xyLS} = (1 - x_2) \cdot Z_{xyo} \quad (3.10b)$$

$$Z_{yxLS} = (1 - x_1) \cdot Z_{yxo} \quad (3.10c)$$

$$Z_{yyLS} = KOH^2(H_x, H_y) \cdot \frac{\overline{H_x H_x^*}}{\overline{H_x H_y^*}} \cdot x_1 \cdot Z_{yxo} \quad (3.10d)$$

Mit Gleichung (3.10) läßt sich jetzt verifizieren, daß gilt (PEDERSEN, SVENNEKJAER, 1984):

$$\frac{x_1}{1 - x_1} = \frac{1}{KOH(H_x, H_y)} \cdot \frac{\overline{H_y H_y^*}}{\overline{H_x H_x^*}} \cdot \frac{|Z_{yyLS}|}{|Z_{yxLS}|} \quad (3.11a)$$

$$\frac{x_2}{1 - x_2} = \frac{1}{KOH(H_x, H_y)} \cdot \frac{\overline{H_x H_x^*}}{\overline{H_y H_y^*}} \cdot \frac{|Z_{xxLS}|}{|Z_{xyLS}|} \quad (3.11b)$$

Aus Gleichung (3.11a,b) wird ersichtlich, daß der Fall $x_i=1$ eine Entartung darstellt. Streng genommen müßte die weiter oben abgeleitete Relation zur quantitativen Abschätzung der x_i damit lauten:

$$0 \leq x_i < 1$$

Um den Zusammenhang zwischen den Verzerrungs-Koeffizienten und den Stör-Koeffizienten x_i zu zeigen, sollen die Ergebnisse nach Gleichung (3.7) zur Berechnung der in Gleichung (3.2a) verwendeten drehinvarianten Hilfsgröße C dienen, die wiederum entscheidend in die Berechnung der Verzerrungs-Koeffizienten η und ξ nach Gleichung (3.4b,c) eingeht. Nach Gleichung (3.1a-d) gilt:

$$S_1 = Z_{xxLS} + Z_{yyLS} = Y_1 \cdot Z_{xxo} + Y_2 \cdot Z_{yyo}$$

$$S_2 = Z_{xyLS} + Z_{yxLS} = (1-x_2) \cdot Z_{xyo} + (1-x_1) \cdot Z_{yxo}$$

$$D_1 = Z_{xxLS} - Z_{yyLS} = Y_1 \cdot Z_{xxo} - Y_2 \cdot Z_{yyo}$$

$$D_2 = Z_{xyLS} - Z_{yxLS} = (1-x_2) \cdot Z_{xyo} - (1-x_1) \cdot Z_{yxo}$$

Mit der Definition in Gleichung (3.2) gilt dann:

$$\begin{aligned} C &= \operatorname{re}(D_1 \cdot i S_2^* - S_1 \cdot i D_2^*) \\ &= (1-x_2) \cdot (\operatorname{im}(Y_2) \cdot (\operatorname{re}^2(Z_{xyo}) - \operatorname{im}^2(Z_{xyo})) \\ &\quad + \operatorname{re}(Y_1) \cdot (\operatorname{re}(Z_{yxo}) \cdot \operatorname{im}(Z_{xyo}) - \operatorname{im}(Z_{yxo}) \cdot \operatorname{re}(Z_{xyo})) \\ &\quad + \operatorname{im}(Y_1) \cdot (\operatorname{re}(Z_{yxo}) \cdot \operatorname{re}(Z_{xyo}) - \operatorname{im}(Z_{yxo}) \cdot \operatorname{im}(Z_{xyo}))) \\ &= (1-x_1) \cdot (\operatorname{im}(Y_1) \cdot (\operatorname{im}^2(Z_{yxo}) - \operatorname{re}^2(Z_{yxo})) \\ &\quad + \operatorname{re}(Y_2) \cdot (\operatorname{re}(Z_{yxo}) \cdot \operatorname{im}(Z_{xyo}) - \operatorname{im}(Z_{yxo}) \cdot \operatorname{re}(Z_{xyo})) \\ &\quad + \operatorname{im}(Y_2) \cdot (\operatorname{im}(Z_{yxo}) \cdot \operatorname{im}(Z_{xyo}) - \operatorname{re}(Z_{yxo}) \cdot \operatorname{re}(Z_{xyo}))) \end{aligned}$$

(3.12)

Anmerkung: Gleichung (3.12) gilt in allen Koordinatensystemen, da C drehinvariant ist

Die Forderung $C = 0$, also das Äquivalent zum ideal zwidimensionalen Fall der Leitfähigkeits-Verteilung, läßt sich nur unter der Voraussetzung $y_i = 0$ ($i=1,2$) erfüllen, da mit Relation (3.12) $x_i \neq 1$ ausgeschlossen ist. Nach Gleichung (3.9) ist die Forderung $y_i = 0$ nur dann sinnvoll zu lösen, wenn gilt:

1. $KOH(H_1, H_2) = 0$, was der Idealfall einer linear-polarisierten Anregung wäre.

oder 2. $x_i = 0$ ($i=1,2$), was nach der Definition (3.8) gleichbedeutend ist mit:

$$\delta(\overline{H_i} H_i^*) = 0 \quad (i=1,2)$$

und dem exakt Bias-freien Fall entspricht.

Die Forderung $C = 0$ ist somit auch dann zu erfüllen, wenn $x_i \neq 0$ ist, d.h. auch ein scheinbar nur in seiner Neben-Diagonale belegte optimierte Impedanz-Tensor, der bei ideal zweidimensionalen Leitfähigkeits-Verhältnissen erwartet wird, kann durch systematische Fehler beeinflusst sein.

Beim Entzerrungs-Verfahren nach BAHN ist eine Unterscheidung der zwei oben angeführten Fälle nicht möglich. Die Berechnung der x_i ($i=1,2$) wird gerade für den Fall kleiner Magnetfeld-Kohärenzen notwendig, um systematische Fehler zu erfassen, die wiederum auch das Entzerrungs-Verfahren beeinflussen.

Im folgenden soll deshalb der Zusammenhang zwischen den Störungs-Koeffizienten x_i und der einfachen bzw. den multiplen Kohärenzen abgeleitet werden. Dabei seien der Verständlichkeit wegen die Indizes i und j stellvertretend für die Koordinaten x und y gewählt, so daß sich die Substitution $x=1$ und $y=2$ ergibt.

Ausgehend von Gleichung (III,7 im Anhang III) :

$$\text{KOH}_m^2(E_i, \vec{H}) = \overline{E_i E_i^*} / \overline{E_i E_i^*} \quad (i=x,y)$$

und der schon aus Kapitel 2 bekannten Definition:

$$\begin{aligned} \overline{E_i E_i^*} &= |Z_{ixLS} \cdot \{H_x\} + Z_{iyLS} \cdot \{H_y\}|^2 \\ &= |Z_{ixLS}|^2 \cdot \overline{H_x H_x^*} + |Z_{iyLS}|^2 \cdot \overline{H_y H_y^*} + 2 \cdot \text{re}(Z_{iyLS} \cdot Z_{ixLS}^* \cdot \overline{H_x H_y^*}) \\ &\quad (i=x,y) \end{aligned}$$

unter Verwendung der weiter oben formulierten Definition:

$$\begin{aligned} \overline{E_i E_i^*} &= (\overline{E_i E_i^*})_0 + \delta(\overline{E_i E_i^*}) = |Z_{ij}|^2 \cdot \overline{H_j H_j^*} + \delta(\overline{E_i E_i^*}) \\ &\quad (i,j=x,y,i \neq j) \end{aligned}$$

folgt mit den Gleichungen (3.10a-d):

$$\overline{E_i E_i^*} = \frac{\overline{H_j H_j^*} \cdot (\overline{E_i E_i^*})_0}{(\overline{H_j H_j^*} - \delta(\overline{H_j H_j^*}))} \cdot (1 - (1 - \text{KOH}^2(H_x, H_y))(x_j^2 - 2x_j))$$

Umformuliert ergibt sich dann (PEDERSEN, SVENNEKJAER, 1984):

$$\begin{aligned} \text{KOH}_m(E_i, \vec{H}) &= (1 - \delta(\overline{E_i E_i^*}) / \overline{E_i E_i^*}) \cdot \frac{(1 - (1 - \text{KOH}^2(H_x, H_y))(x_j^2 - 2x_j))}{(1 - (1 - \text{KOH}^2(H_x, H_y)) \cdot x_j)} \\ &\quad (i,j=x,y,i \neq j) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Es läßt sich eine Funktion $F_i(x_i, \text{KOH}^2(H_x, H_y))$ definieren:

$$\begin{aligned} F_i(x_i, \text{KOH}^2(H_x, H_y)) &= \frac{(1 - (1 - \text{KOH}^2(H_x, H_y))(x_j^2 - 2x_j))}{(1 - (1 - \text{KOH}^2(H_x, H_y)) \cdot x_j)} \\ &\quad (i=x,y) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Abb.2 zeigt F_i . Es ergibt sich eine Schar von Kurven mit $\text{KOH}^2(H_1, H_2)$ als Parameter. Für das Minimum von F_i gilt:

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_i} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial F_i}{\partial^2 x_i} > 0$$

was zu folgenden Werten führt (PEDERSEN, SVENNEKJAER, 1984):

$$F_{i, \min}(x_{iq}, \text{KOH}^2(H_1, H_2)) = 2 \cdot \text{KOH}(H_1, H_2) / (1 + \text{KOH}(H_1, H_2))$$

$$\text{und: } x_{iq} = 1 / (1 + \text{KOH}(H_1, H_2)) \quad (3.15a, b)$$

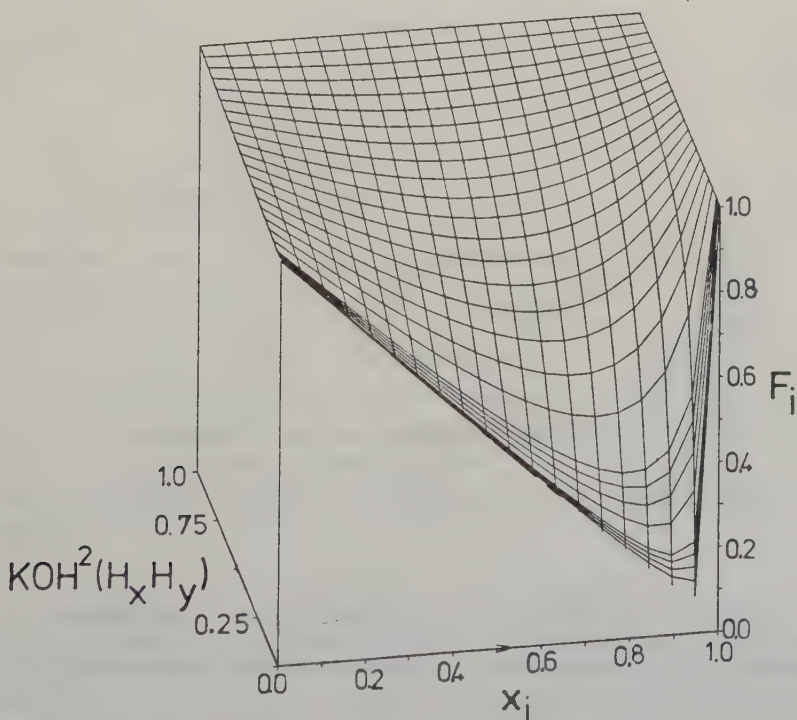


Abb.2: Funktion $F(x_i, \text{KOH}^2(H_1, H_2))$ dargestellt in Abhängigkeit vom Stör-Koeffizienten x_i und dem Quadrat der einfachen Kohärenz zwischen den beiden Magnetfeld-Eingangs-Kanälen $\text{KOH}(H_x, H_y)$.

Mit Gleichung (3.13) gilt:

$$\text{KOH}_m^2(E_i, \hat{H}) \leq F_j \quad (i, j = x, y; i \neq j) \quad (3.16a)$$

woraus sich mit der Definition:

$$v_i = x_j^2 - (2 - \text{KOH}_m^2(E_i, \hat{H})) + (1 - \text{KOH}_m^2(E_i, \hat{H})) / (1 - \text{KOH}(H_x, H_y))$$

die Relation: $v_i \geq 0$ (3.16b)
ergibt.

Abb. 3 zeigt den Zusammenhang des Funktionswertes v_i mit dem Stör-Koeffizienten x_j . Zu beachten bleibt, daß in Relation (3.16) der Summand:

$$P_i = (1 - \text{KOH}_m^2(E_i, \hat{H})) / (1 - \text{KOH}^2(H_x, H_y)) \quad (3.16c)$$

erscheint.

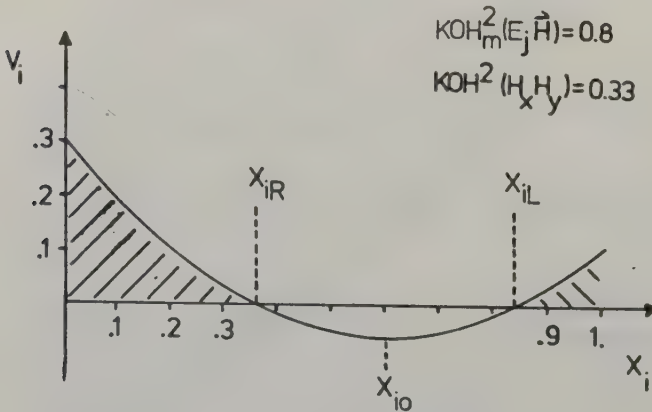


Abb.3: Relation $v_i \geq 0$ dargestellt in Abhängigkeit vom Stör-Koeffizienten x_i . Schraffiert ist der Bereich mit $v_i > 0$. Die Parameter sind die Quadrate der multiplen sowie der einfachen Kohärenz. Die entsprechenden Parameter-Werte sind rechts oben angegeben.

p_i , das sei in Erinnerung gerufen, erscheint ebenfalls in Gleichung (1.26) bei der Fehler-Berechnung für den Impedanz-Tensor, als Faktor. p_i ist somit ein die Datengüte offensichtlich bestimmender Wert und kann zur Daten-Selektion verwendet werden. Um p_i für ein Selektions-Kriterium verwenden zu können (vgl. Kapitel 4), müssen geeignete Werte angegeben werden können. Ein erneutes Umformen von (3.16) ergibt:

$$p_i \leq x_j^2 - (2 \cdot \text{KOH}_m^2(E_j, \vec{H})) \cdot x_j \quad (i, j=x, y, i \neq j) \quad (3.17)$$

Mit der Relation (3.2) zeigt sich: $0 \leq p_i \leq 2$

Die jeweiligen Nullstellen des Polynomes $v_i(x_i)$ berechnen sich zu:

$$x_{iR} = x_{i0} + ((2 \cdot \text{KOH}_m^2(E_j, \vec{H}))^2 - 4 \cdot p_i)^{1/2}$$

$$x_{iL} = x_{i0} - ((2 \cdot \text{KOH}_m^2(E_j, \vec{H}))^2 - 4 \cdot p_i)^{1/2}$$

Die Existenz von Nullstellen ist an die Bedingung:

$$(2 \cdot \text{KOH}_m^2(E_j, \vec{H}))^2 - 4 \cdot p_i \geq 0$$

gebunden. Erneutes Umformen dieser Bedingung führt auf die Kohärenz-Beziehung:

$$- \frac{\text{KOH}_m^4(E_j, \vec{H})}{(\text{KOH}_m^2(E_j, \vec{H}) - 1)} \leq \frac{4 \cdot \text{KOH}^2(H_x, H_y)}{(1 - \text{KOH}^2(H_x, H_y))} \quad (3.18)$$

Was wiederum gleichbedeutend ist mit (durch Einsetzen verifizierbar):

$$\text{KOH}_m^2(E_j, \vec{H}) \geq 2 \cdot \text{KOH}(H_x, H_y) / (1 + \text{KOH}(H_x, H_y)) = F_{i, \min}$$

D.h. Bedingung (3.16) ist auch eine Bedingung für die Existenz der Nullstellen x_{iL} und x_{iR} des Polynoms. Nur für die Bereiche:

$$x_i \leq x_{iR} \quad \text{und} \quad x_i \geq x_{iL}$$

ist Bedingung (3.16) erfüllbar. Die Schraffierung in Abb.3 zeigt diese Bereiche an. Abb.4 zeigt die dazugehörige Kohärenzbeziehung (3.18).

Auch hier zeigt die Schraffierung die Bereiche, für die Bedingung (3.16) erfüllt ist. Diese Bedingung (3.16) ist unter der Voraussetzung:

$$\overline{E_j E_j^*} = |z_{ji}|^2 \cdot \overline{H_i H_i^*} ,$$

also unter der Voraussetzung einer exakten Zweidimensionalität

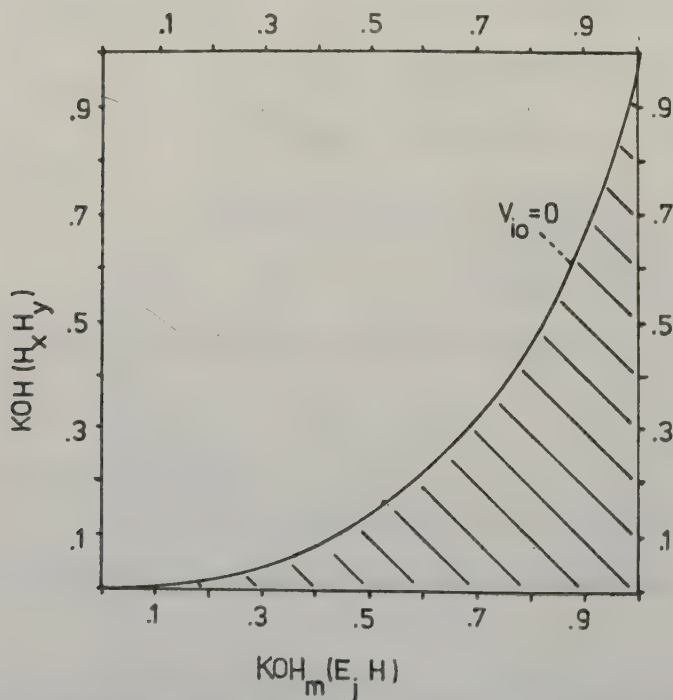


Abb.4: Kohärenz-Beziehung, für die $v_{10} = 0$ gilt, zwischen der einfachen Kohärenz $KOH(H_x, H_y)$ und der multiplen Kohärenz $KOH_m(E_j, H)$. Die Schraffur zeigt den Gültigkeitsbereich der Relation:

$$KOH_m^2(E_j, H) \geq 2 \cdot KOH(H_x, H_y) / (1 + KOH(H_x, H_y)).$$

tät, abgeleitet worden. Ist Bedingung (3.16) nicht erfüllt, so sind Daten- oder Struktur-bedingte Abweichungen vorhanden, die zu einem systematischen Schätzwert-Fehler für die Impedanz-Tensor-Elemente führen (Bias-Error). Die Stör-Koeffizienten x_i sind somit ein Maß für den maximal möglichen Bias-Error (PEDERSEN, SVENNEKJAER, 1984).

Gleichung (3.12) zeigt inwieweit die den systematischen Meßfehler kennzeichnenden Stör-Koeffizienten auch in die Berechnung der Verzerrungs-Koeffizienten eingehen. Es ist für audio-magnetotellurische Datensätze oft wenig nützlich, Verzerrungs-Koeffizienten zu berechnen, da die entsprechenden Kohärenz-Bedingungen (vgl. Abb.4) meist nicht erfüllt sind. Es ist effektiver, mit der Berechnung der Stör-Koeffizienten x_i , in die auch strukturell bedingte Verzerrungen eingehen eine Abschätzung des insgesamt maximal möglichen systematischen Fehlers vorzunehmen.

Kapitel 4:

Die Spektren der erdelektrischen und erdmagnetischen Felder im Audio-Frequenz-Bereich

Die Spektren der erdelektrischen und erdmagnetischen Felder im Audio-Frequenz-Bereich sind das Ergebnis der Überlagerung einer Vielzahl von Einzeleffekten natürlichen wie auch künstlichen Ursprungs.

Die Energie des anregenden natürlichen erdmagnetischen Feldes ist dabei für den in der Audio-Magnetotellurik interessanten Bereich relativ klein im Vergleich zu den Signalen, die in der längerperiodischen Magnetotellurik gemessen werden. Die Magnetfeld-Amplituden für den Frequenz-Bereich zwischen 0.1 Hz und 1 kHz erreichen Werte von 0.01 - 0.5 nT. (Zum Vergleich: Für den Perioden-Bereich der Magnetotellurik werden Amplituden von mehr als 10 nT beobachtet). Entsprechend schwach sind auch die dazu korrelierten erdelektrischen Felder. Die gemessenen Potential-Differenzen auf den üblichen Meßstrecken von 50 m erreichen je nach Untergrund Werte von z.T. kleiner 0.1 mV. Ein großer Teil der natürlichen Anregungsenergie entstammt dabei im Spektral-Bereich kleiner 1 Hz den Pulsationen der Bereiche pc1 und pc2. Im übrigen Bereich des Audio-Frequenz-Bereiches sind die Energien sehr viel geringer, wobei für die Bereiche zwischen 1 Hz und 0.1 Hz und für den Bereich oberhalb ca. 700 Hz meist Amplituden von kleiner 0.1 nT beobachtet werden (CAMPBELL, 1960). Daraus resultieren große Dynamik-Schwankungen für die Frequenzbereiche zwischen 0.1 Hz und 10 Hz sowie für den Bereich oberhalb 700 Hz, wo sich die Amplituden innerhalb der angesprochenen Bereiche um Faktoren von 10 bis 100 unterscheiden.

Die Quellen des natürlichen Feldes im Audio-Frequenz-Bereich sind an anderen Stellen ausführlich besprochen (SCHREIER 1983, 1984 und CAMPBELL 1960). Hier sei nur darauf hingewiesen, daß abgesehen von den ionosphärisch bedingten Feldschwankungen hauptsächlich das Spektrum der Atmosphericics, also ein durch

weltweite, meist tropische Gewitter-Blitze hervorgerufenes Spektrum, im Audio-Frequenz-Bereich gemessen wird. Phänomene wie die Schuman-Resonanzen spielen dabei nur eine untergeordnete Rolle, da ihr Spektrum meist in den Netz-Frequenz-bedingten Störspektren untergeht.

Die tatsächlich in Mitteleuropa gemessenen Amplituden für das erdmagnetische Feld sind jedoch in der Regel weitaus größer, so daß davon ausgegangen werden muß, daß den natürlichen Schwankungen energiereiche Störungen überlagert sind. Diese energiereichen Störungen haben ihren Ursprung in der konzentrierten Industrialisierung. Zentrale Kraftwerke und Strom-Groß- und Kleinverbraucher bedingen großräumige Stromsysteme, die sich nahezu überall in Mitteleuropa messen lassen. Inwieweit man sich am Ort der Messung im Fernfeld von Störungen befindet, sie also in erster Näherung als quasi-homogen betrachten kann, soll zunächst außer Betracht gelassen werden. Zunächst soll nur festgehalten werden, daß der natürliche Signalanteil von Störungen verschiedenster Herkunft überlagert ist. Eine Trennung der verschiedenen Anteile ist zunächst unmöglich. Es lassen sich jedoch Abschätzungen der Wirkung der verschiedenen Anteile auf Grund von Messungen angeben, die eindeutig unter dem dominierenden Einfluß einer bekannten Störquelle durchgeführt worden sind.

Unterschieden werden :

- zufallsverteilte Störungen (Random-Noise), apparativ bedingt oder tatsächlich im Signal vorhanden,
- korrelierte Störungen, oder Störungen, die durch systematische Meßfehler entstehen.

Beide Arten von Störungen können wiederum verschiedene Ursachen haben:

- mechanische Störungen, durch Erschütterungen oder witter-

rungsbedingte Schwankungen der empfindlichen
Spulen-Systeme,

- elektromagnetische Störungen durch Hochspannungsleitungen,
Erdkabel, Strom-Verbraucher etc.

Es ist einsichtig, daß die Störungen mechanischen wie auch elektromagnetischen Ursprungs alle möglichen Korrelations-Stufen aufweisen können. Als Beispiele für hochkorrelierte Störungen wären hier zu nennen die periodische Bewegung eines Spulen-Systems im Wind, oder die Störungen durch die 16 2/3 Hz und 50 Hz Wechselstrom-Netze. Zufallsverteilter Noise resultiert z.B. aus kurzzeitigen Erschütterungen oder einmaligen Schaltvorgängen.

Die eigentliche Schwierigkeit bei allen statistischen Auswerteverfahren besteht darin, daß nur zufallsverteilter Noise erfaßt werden kann. Systematische Meßfehler, bedingt auch durch hochkorrelierte Störungen, führen zu Fehlern des statistisch bestimmten Schätzwertes. Dieser Fehler wird allgemein als Bias-Error bezeichnet. Während die mechanisch bedingten Meßfehler durch sorgfältiges Vorgehen bei den Messungen weitgehend eliminiert werden können, sind elektromagnetische Störungen nur in wenigen Fällen durch aufwendige Hardware-Konfigurationen in ihren Auswirkungen zu dämpfen.

Die Spektren der natürlichen Felder im Audio-Frequenz-Bereich weisen bis auf wenige Ausnahmen (Schuman-Resonanzen etc.) keine dominierenden Spektral-Anteile (Peaks) auf. Ein möglichst "weisses" Spektrum ist sogar erwünscht. Im Gegensatz dazu sind die auftretenden Störungen (wie z.B. die Netz-Frequenzen) oftmals monochromatisch und verursachen große Peaks im Kontinuum der Spektren. Insbesondere die Störungen durch Netz-Frequenzen stellen ein großes Problem für die Auswertung der registrierten Zeitreihen dar. Die dadurch bedingten Amplituden liegen um Faktoren von bis zu 1000 über den natürlich erzeugten Feld-Amplituden, was eine Registrierung nur mit speziellen Kerbfil-

tern für die dominierenden Netz-Frequenzen und ihrer Harmonischen möglich macht. Die Korrelation Netz-Frequenz-bedingter Störungen zwischen den einzelnen Feld-Komponenten ist sehr groß.

Die Ausgangslage für die Auswertung der audio-magnetotellurisch registrierten Zeitreihen unter der Voraussetzung zufallsverteilten Noises ist somit denkbar ungünstig, da die höchstkorrelierten Anteile der gemessenen Spektren meist die größten Störungen sind. Alle Methoden, die die Daten an Hand einfacher Kohärenzen beurteilen, sind somit für die Auswertungen audio-magnetotellurischer Registrierungen nur bedingt anwendbar.

Die Art der elektromagnetischen Störungen, ihre geographische Verteilung und ihre Auswirkungen sind nicht nur von der Konfiguration der Quellen abhängig, sondern in entscheidendem Maß auch von der geologischen Situation des Untergrundes. Im folgenden sind die wichtigsten Störeinflüsse zusammengestellt und spektral näher betrachtet.

Die Störungen durch Netz-Harmonische:

Wie schon beschrieben, zeichnen sich die Spektren des Audio-Frequenz-Bereichs oftmals durch große Peaks im Bereich der Netzfrequenzen $16 \frac{2}{3}$ Hz und 50 Hz sowie ihrer Harmonischen aus. Die Netz-Harmonischen werden dabei etwa durch nicht-lineare Übertragungseffekte von Transformatoren oder durch Thyristor-gesteuerte Motoren sowie durch Gleichrichter aller Art verursacht. Netz-Harmonische sind ausschließlich verbraucherbedingt, da Strom-Erzeuger schon aus eigenem Interesse alle nicht-linearen Übertragungs-Effekte nach Möglichkeit auszuschalten trachten. Somit unterliegen die Spektren von Netz-Harmonischen einer starken Orts- und Zeitabhängigkeit. Üblicherweise wird davon ausgegangen, daß insbesondere die ungeradzahligen Harmonischen, bedingt durch nicht-lineare Übertra-

gungen, im Spektrum erscheinen (vgl. in diesem Zusammenhang auch die Überlegungen in Anhang IV). Alle verbraucherseitigen Eingriffe bewirken Rückkopplungen auf das Versorgungsnetz, so daß auch im Bereich von Hochspannungs-Leitungen unter dem Einfluß direkter Induktion Harmonische der Grundfrequenzen 50 Hz, oder im Falle des Eisenbahn-Versorgungsnetzes Harmonische der Grundfrequenz $16 \frac{2}{3}$ Hz, gemessen werden.

Das Beispiel der Abb.5 zeigt die Spektren der Horizontal-Komponenten des erdelektrischen und erdmagnetischen Feldes im Frequenz-Band zwischen 6.1 Hz und 1.1 kHz einer Registrierung nahe Mähring (Meßpunkt NIN) in der nördlichen Oberpfalz. Deutlich sind dabei in allen Feld-Komponenten die Peaks der ungeradzahligten Netz-Harmonischen bis zu 950 Hz erkennbar. Der Registrier-Ort lag dabei abseits größerer Ortschaften oder Industriebetriebe. Spektren ähnlich Abb.5 sind nahezu überall in Deutschland zu messen.

Abb.6 zeigt die Spektren ähnlich Abb.5 für eine Registrierung aus dem nördlichen Oberharz (Meßpunkt HUE südlich von Bad Harzburg). Auffallend im Spektrum dieser Registrierung ist jedoch, daß auch die geradzahligten Harmonischen (insbesondere 100 Hz) noch deutliche Peaks verursachen. Geradzahlige Harmonische werden hauptsächlich durch Gleichrichter verursacht (vgl. hierzu auch Anhang IV). Offensichtlich sind die elektromagnetischen Spektren der Netz-Harmonischen lokal (kleinräumig) sehr unterschiedlich. Nur in seltenen Fällen lassen sich spektrale Charakteristiken von Störungen auch über größere Gebiete beobachten.

Zusätzlich zur Ortsabhängigkeit existiert auch eine Zeitabhängigkeit. Abb.7 zeigt eine Registrierung am Meßort NIN in der Oberpfalz. Im Gegensatz zu den Spektren der Abb.5, die am selben Meßort gemessen wurden, sind bei den in Abb.7 gezeigten Spektren die Netz-Frequenzen nur schwach ausgeprägt. Die Harmonischen lassen sich nur in einigen Intervallen als deutliche Peaks ausmachen.

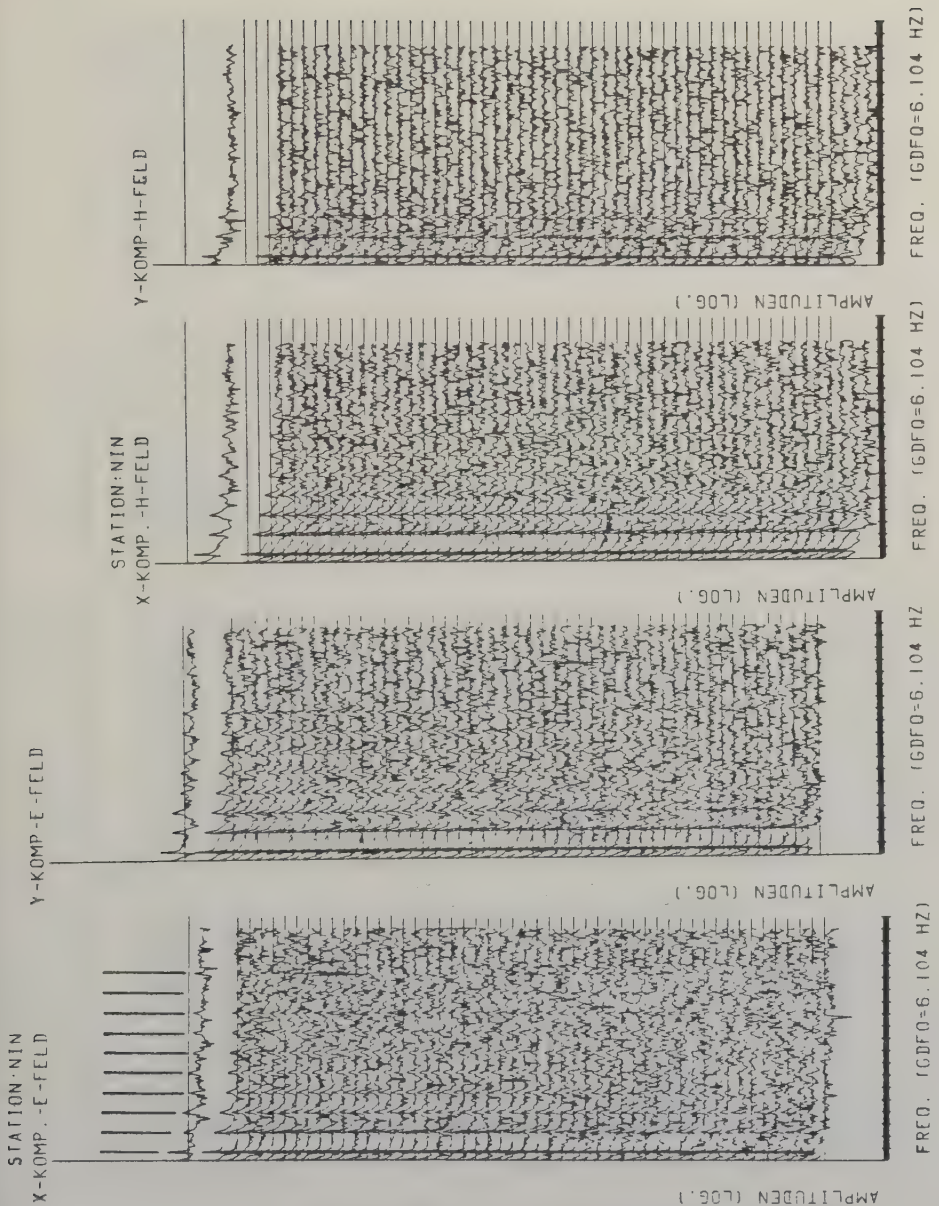
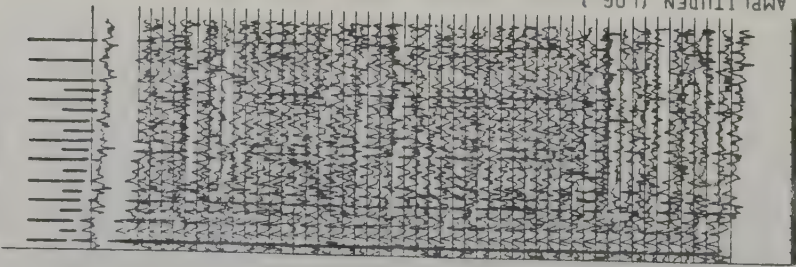
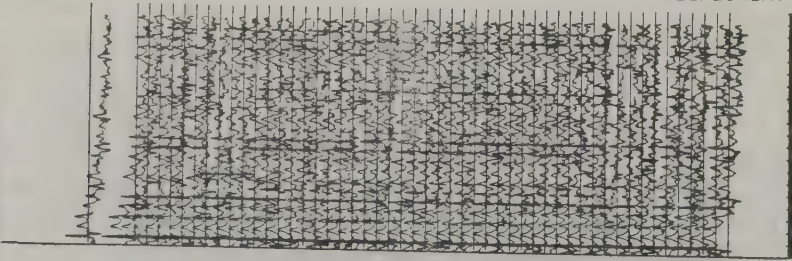


Abb.5: Spektren-Montage der Power-Spektren verschiedener Intervalle (Station NIN) 1. Band. Ein großer Teilstrich auf der Frequenzskala (unten) entspricht 60.1 Hz. Die Intervalle sind übereinander angeordnet, und im Abstand von 2 - 3 s registriert. Den Mittelwert der Spektren aller Intervalle repräsentiert das oberste Spektrum. Im rechten Teil sind die Spektren der beiden E-Feld-Komponenten dargestellt, im linken die der magnetischen Horizontalkomponenten. Die Amplituden-Skala ist logarithmisch. Die zu einem Intervall gehörende Linie entspricht beim E-Feld $1(\text{mV/km})^2$, beim H-Feld $1(\text{nT})^2$. Die Linien sind jeweils um eine Dekade versetzt angeordnet. X-Komp.=NS-Komp.; Y-Komp.=EW-Komp. Im linken oberen Bildteil sind die ungeradzahlgigen Harmonischen ($n=50 \text{ Hz}$, $n=1,3,5,\dots$)

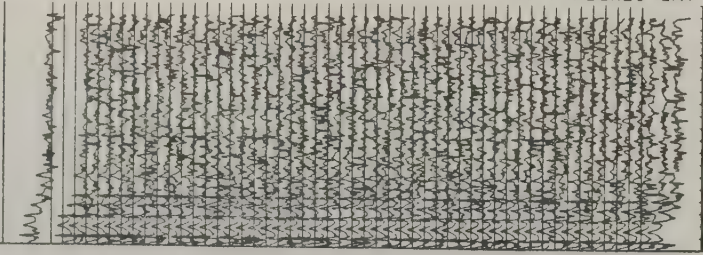
STATION:HUE
X-KOMP.-E-FELD



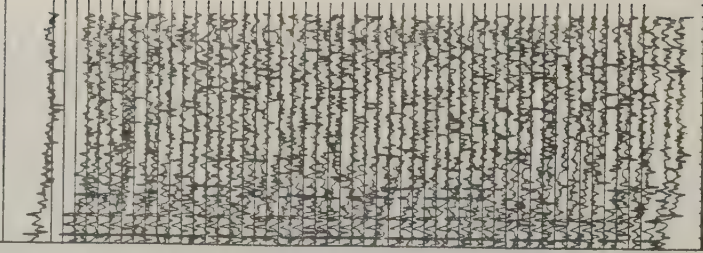
Y-KOMP.-E-FELD



STATION:HUE
X-KOMP.-H-FELD



Y-KOMP.-H-FELD



FREQ. (GDF0=6.104 HZ)

FREQ. (GDF0=6.104 HZ)

FREQ. (GDF0=6.104 HZ)

FREQ. (GDF0=6.104 HZ)

Abb.6: Spektren-Montage der Power-Spektren (Station HUE) 1. Band; X-Komp.= NS-Komp.; Y-Komp=EW-Komp. Im oberen Bildteil sind die Netz-Harmonischen markiert, beginnend bei 50 Hz. Lange Striche: ungeradzahlige Harmonische; kurze Striche: geradzahlige Harmonische. (ausführliche Erläuterungen: vgl. Abb.5)

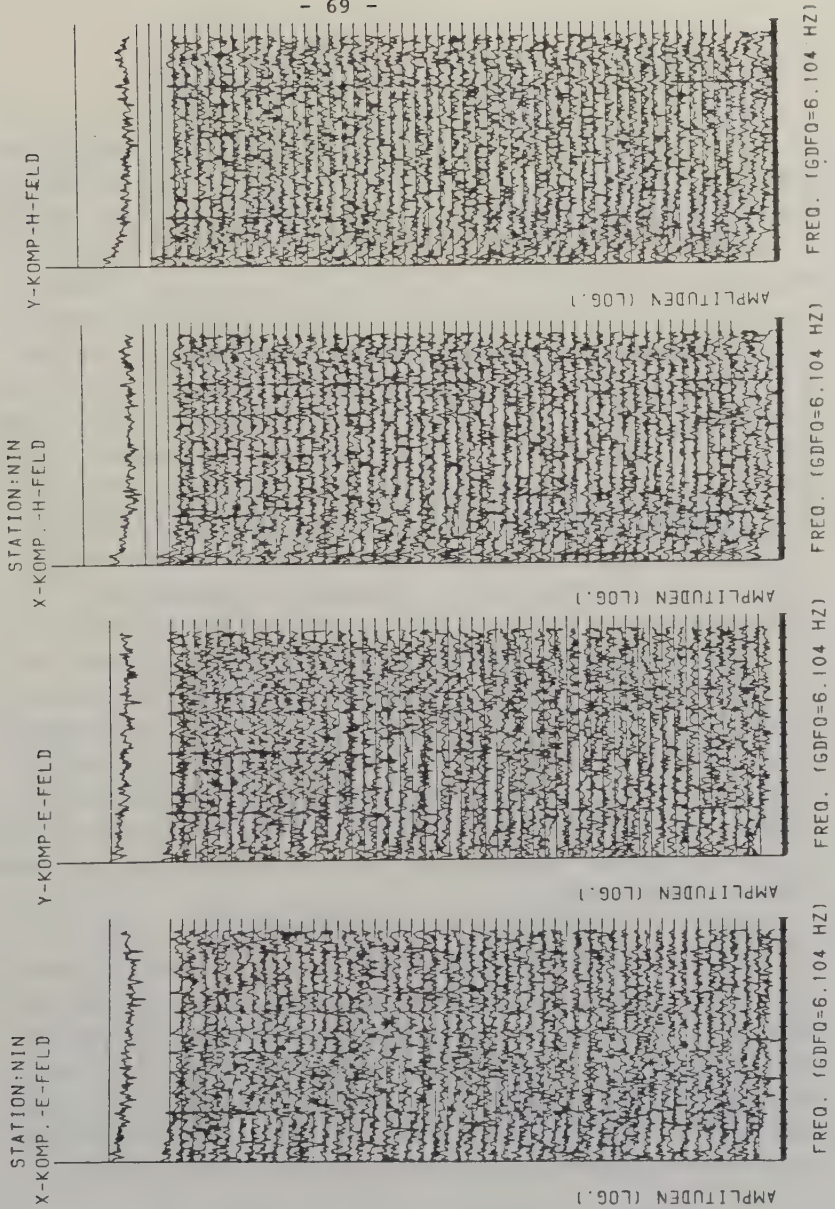


Abb.7: Spektren-Montage der Power-Spektren (Station NIN) 1. Band; Spektren mit nur schwach ausgeprägten Netz-Harmonischen; X-Komp.=NS-Komp., Y-Komp=EW-Komp. (ausführliche Erläuterungen vgl. Abb.5)

Abb.8 zeigt die Power-Spektren der Horizontal-Komponenten des erdelektrischen und des erdmagnetischen Feldes im Bereich zwischen 0.26 Hz und ca. 40 Hz (2.Band). Auch im Frequenz-Bereich des 2.Bandes sind Netz-Frequenz-bedingte Störungen beobachtbar. Die $16 \frac{2}{3}$ Hz-Linie erscheint jedoch nur in der Nähe elektrifizierter Eisenbahnlinien. Abb.8 zeigt ein Beispiel für Spektren einer Registrierung im Gebiet des mittleren Kinzigtales (Meßpunkt BA1 südlich von Hausach), durch das eine stark frequentierte Eisenbahnlinie führt. Zusätzlich zu der hier beobachtbaren $16 \frac{2}{3}$ Hz Grund-Frequenz-Linie ist im Spektrum der E-Feld-Komponenten auch die 2. Harmonische bei $33 \frac{1}{3}$ Hz deutlich ausgeprägt. Ursache für die $33 \frac{1}{3}$ Hz-Linie, also der 2. Harmonischen, ist die Gleichrichtung der Wechselströme auf elektrischen Lokomotiven (vgl. hierzu auch Anhang IV). Auffallend ist bei beiden Linien die starke Verbreiterung. Ursache dafür sind Netz-Rückkopplungs-Effekte leistungsstarker Verbraucher (Lokomotiven). Verbraucher, die entweder kurzzeitig oder auch längere Zeit im Überlast-Bereich arbeiten bewirken eine verminderte Netz-Grund-Frequenz. Damit schwankt die Netz-Grund-Frequenz ständig im Bereich weniger Prozent. Im Gegensatz zum Strom-Versorgungs-Netz mit der Grund-Frequenz 50 Hz, werden im Bahn-Versorgungs-Netz solche Schwankungen offensichtlich toleriert.

Die $33 \frac{1}{3}$ Hz-Linie ist in den Spektren der erdmagnetischen Feld-Komponenten nicht beobachtbar, was auf die Störung einer nahen Quelle mit geringer Stromdichte hindeutet. Der hochohmige Untergrund bewirkt dabei große E-Feld-Amplituden. Das nur zeitweilige Auftreten des $33 \frac{1}{3}$ Hz-Peaks in der NS-Komponente des erdelektrischen Feldes deutet auf eine wechselnde Polarisations-Richtung hin. Die Polarisation ist nahezu linear.

Abb.9 zeigt die Spektren des gleichen Frequenz-Bandes einer weiteren Registrierung in der Umgebung des Kinzigtales (Meßpunkt EP2 nördlich von Hausach). Hierbei ist bemerkenswert, daß der Peak der 2. Harmonischen ($33 \frac{1}{3}$ Hz) in beiden Komponenten des erdelektrischen Feldes nur zeitweilig auftritt. Die

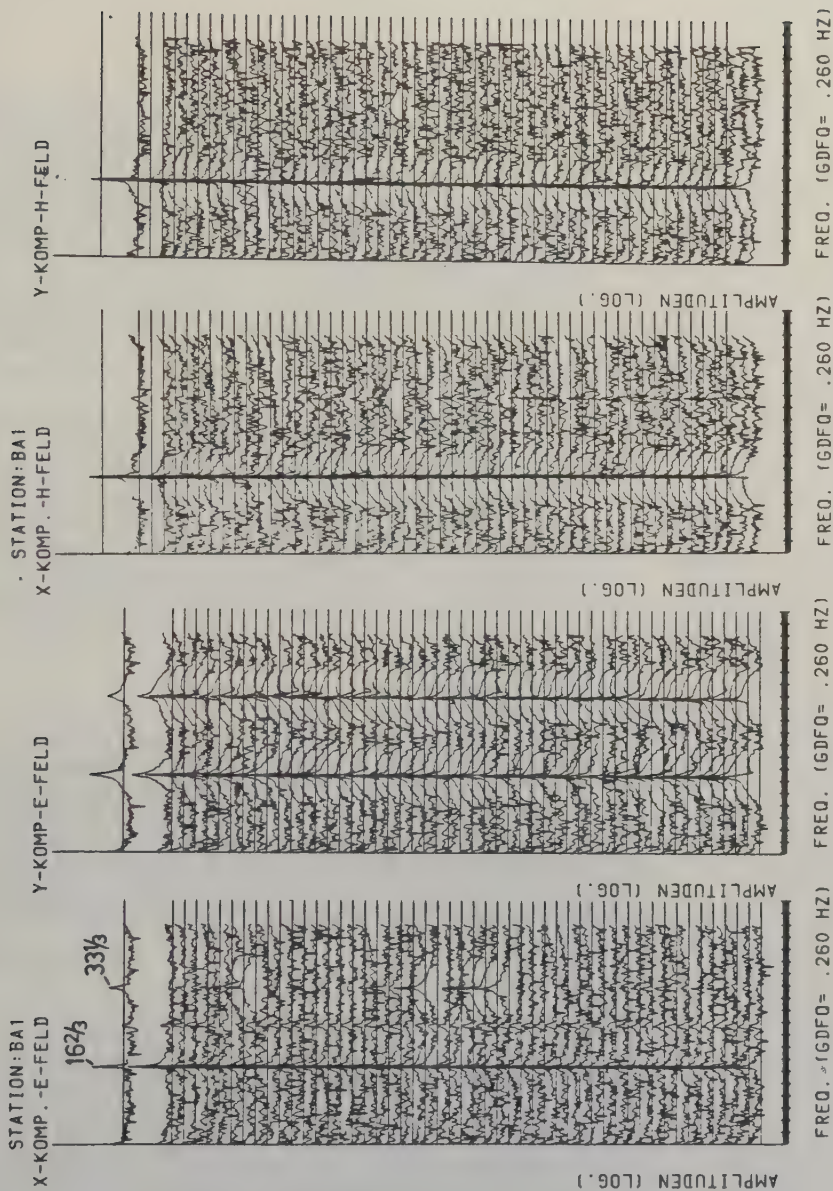


Abb.8: Spektren-Montage der Power-Spektren (Station BA1); 2. Band; Ein großer Teilstrich auf der Frequenzskala (unten) entspricht 2.6 Hz. Die Intervalle sind übereinander angeordnet und im Abstand von 10 - 60 s registriert. Markiert sind die 16 2/3 Hz und die 33 1/3 Hz-Linie. X-Komp.=NS-Komp., Y-Komp.=EW-Komp. (ausführliche Erläuterungen vgl. Abb.5)

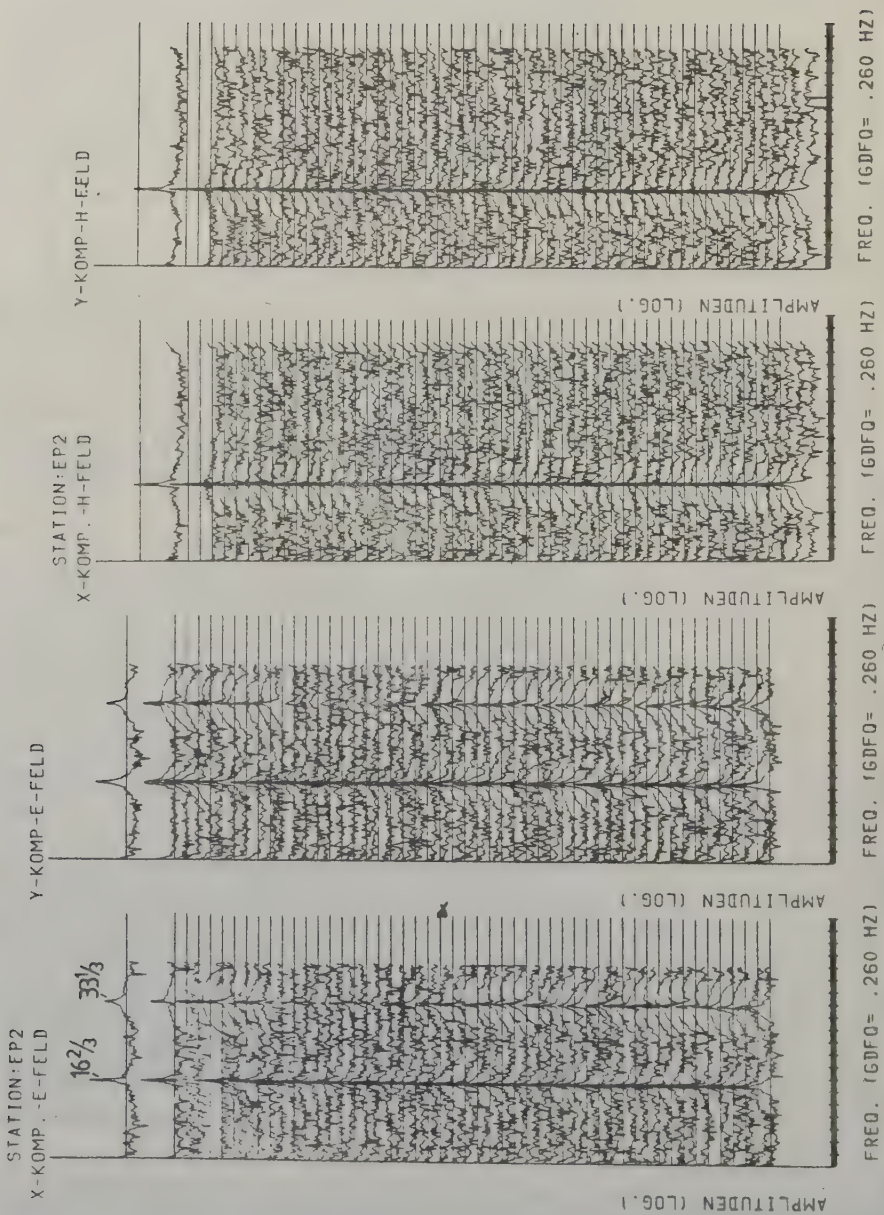


Abb.9: Spektren-Montage der Power-Spektren (Station EP2); 2. Band; Markiert sind die $16 \frac{2}{3}$ Hz und die $33 \frac{1}{3}$ Hz-Linie. X-Komp.=NS-Komp., Y-Komp=EW-Komp. (ausführliche Erläuterungen vgl. Abb.5 und Abb.7)

Registrierdauer für ein Intervall beträgt ca. 5 s. Sämtliche in Abb.9 gezeigten Spektren sind innerhalb von ca. 10 Minuten aufgenommen worden. Die schnelle Änderung des Spektrums der Netz-Harmonischen innerhalb nur weniger Minuten birgt eine zusätzliche Erschwernis bei der Registrierung der Felder. Im vorliegenden Fall wird das nur zeitweilige Auftreten der 2. Harmonischen mit dem zeitweiligen Stillstand des entsprechenden Verbrauchers (der Elektro-Lokomotive) erklärt.

Abb.10: Spektren-Montage der Power-Spektren (Station EP2); 2. Band; nur erdmagnetische Vertikalkomponente (Z-Komp.). Die Intervalle sind zeitgleich zu den in Abb.9 gezeigten Intervallen registriert. In den Spektren deutlich sichtbar: der Peak der $16 \frac{2}{3}$ Hz-Linie. (ausführliche Erläuterungen vgl. Abb.5)

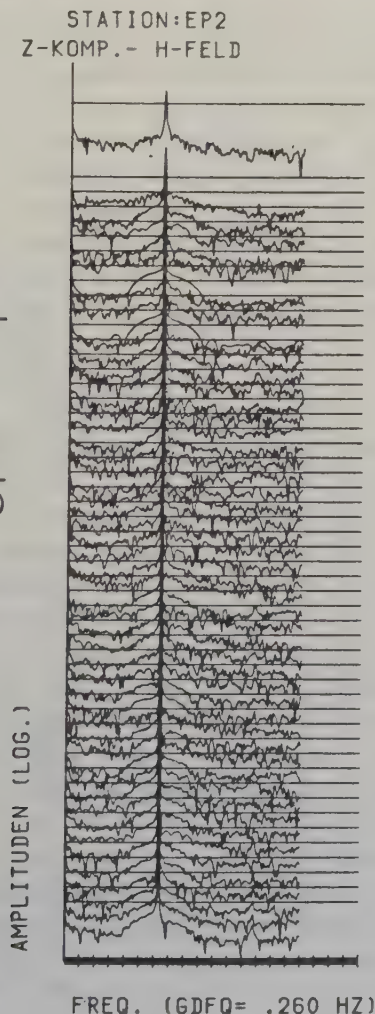


Abb.10 zeigt die Spektren der magnetischen Vertikal-Komponente (Z) im selben Frequenz-Band am gleichen Meßpunkt (EP2). Die Registrierung erfolgte zeitgleich zu den in Abb.9 gezeigten Spektren. Auch im Spektrum der erdmagnetischen Vertikal-Komponente sind nur die Peaks der $16 \frac{2}{3}$ Hz-Linie beobachtbar. Eine direkte Korrelation von Störungen in der erdmagnetischen Vertikal-Komponente und in den Komponenten des erdelektrischen Feldes wurde nur sehr selten beobachtet.

An allen in Deutschland vermessenen Punkten konnten die Netz-Harmonischen beobachtet werden. Die Amplituden der erdelektrischen Felder im Bereich der Netz-Harmonischen liegen überall deutlich über dem Kontinuum des natürlich bedingten Spektrums. Um das Kontinuum noch zu erfassen, muß mit den schon erwähnten Kerbfiltern für die Netz-Harmonischen $16 \frac{2}{3}$ Hz, 50 Hz und 100 Hz bzw. 150 Hz registriert werden. In der Nähe großer Strom-Verbraucher wurden auf 50 m Elektroden-Auslage bis über 0.5 V Spannungs-Schwankungen, hervorgerufen durch Netz-Harmonische gemessen.

Störungen durch amplituden-modulierte Sendesignale:

Im Bereich von Sendeanlagen ist ein erhöhter elektromagnetischer Störpegel im Frequenz-Bereich der Mittelwellen- und UKW-Sender zu erwarten. Die abgestrahlten elektromagnetischen Signale sollten bei Einsatz der entsprechenden Tiefpaß-Filter im Bereich unterhalb 1 kHz keinen Einfluß mehr haben. Amplituden-modulierte Sende-Signale werden jedoch an den Halbleiter-Sperrschichten der verschiedenen elektronischen Bauteile demoduliert, so daß die Sprachfrequenzen unterhalb 1 kHz dem Meßsignal überlagert werden. Nur der Einbau spezieller Hochfrequenz-Filter (LC-Glieder) vor den eigentlichen Eingängen der E-Feld-Vorverstärker ermöglichen die Eliminierung dieses Effekts. Die Störsignale werden dabei durch Radio-Sender direkt eingestrahlt, wobei die ausgelegten E-Feld-Kabel als Antennen

wirken. Ohne die Verwendung von Hochfrequenz-Filtern sind den Registrierungen korrelierte Störungen in den Komponenten des erdelektrischen Feldes überlagert, die jedoch in den Registrierungen der Komponenten des erdmagnetischen Feldes nicht erscheinen. Frequenz-modulierte Sendesignale, wie sie im UKW-Bereich abgestrahlt werden, haben keinen Einfluß auf die Registrierungen.

Abb.11a,b und c zeigen den Unterschied von Registrierungen am selben Ort mit und ohne Hochfrequenz-Filter. Dargestellt sind in Abb.11a die multiplen Kohärenzen (zur Definition vgl. Anhang III) zwischen E_y und den beiden H-Feld-Komponenten, in Abb. 11b die einfachen Kohärenzen zwischen den beiden H-Feld-Komponenten.

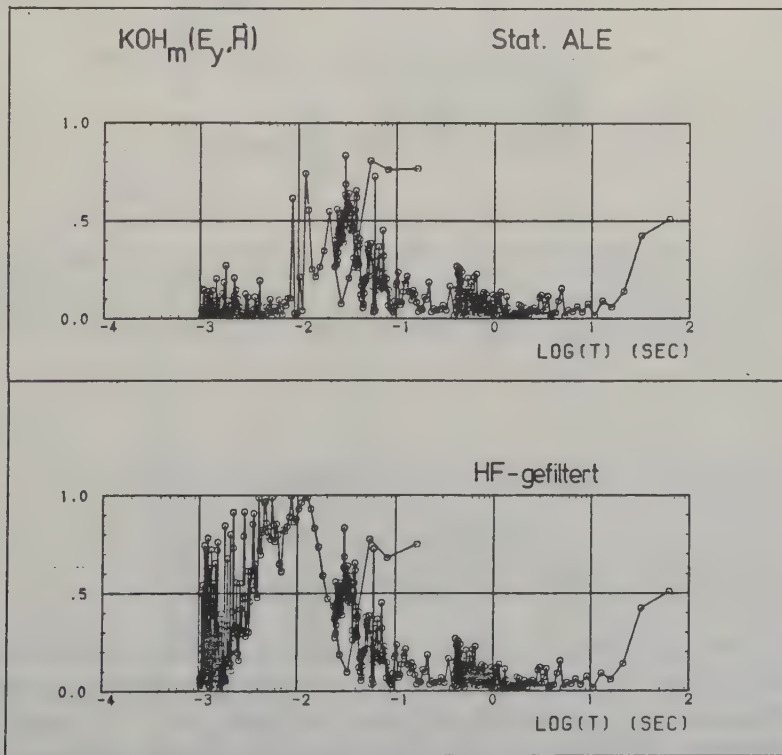


Abb.11a: Multiple Kohärenzen zwischen der EW-(y-)Komponente des erdelektrischen und den Horizontal-Komponenten des erdmagnetischen Feldes in Abhängigkeit von der Periode $T=1/f$ im Bereich zwischen 10^{-3} sec (1 kHz) und 10^2 sec (0.01 Hz) (Station ALE). Oberer Bildteil: Registrierung ohne Hochfrequenz-Filter; unterer Bildteil: Registrierung mit Hochfrequenz-Filter.

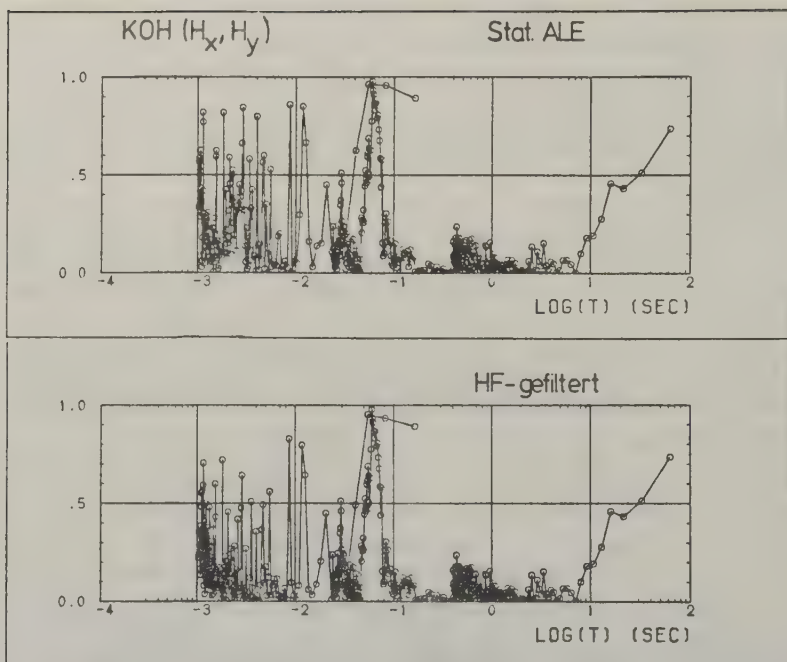


Abb.11b: Einfache Kohärenzen zwischen den Horizontal-Komponenten ($x(NS)$ und $y(EW)$) des erdmagnetischen Feldes (Station ALE) in Abhängigkeit von der Periode $T=1/f$ im Bereich zwischen 10^{-3} sec (1 kHz) und 10^2 sec (0.01 Hz). Oberer Bildteil: Registrierung ohne Hochfrequenz-Filter; unterer Bildteil: Registrierung mit Hochfrequenz-Filter.

Abb. 11c zeigt die Kohärenz-Verhältnisse nach Gleichung (3.16c):

$$p_Y = (1 - KOH_m^2(E_Y, \hat{H})) / (1 - KOH^2(H_X, H_Y))$$

Deutlich zu sehen ist, daß sich durch den Einbau der Hochfrequenz-Filter im Bereich zwischen 10 Hz und 1000 Hz deutliche Erhöhungen der multiplen Kohärenzen ergeben. Auch die angesprochenen Kohärenz-Verhältnisse werden in diesem Frequenz-Bereich deutlich erniedrigt. Auf die genaue Bedeutung dieser

Kohärenz-Verhältnisse für die Schätzwerte der Impedanz-Tensor-Elemente wird in einem späteren Kapitel eingegangen. Die Darstellungen der Abb.11a und c sind auf die EW-(oder y) -Komponente des erdelektrischen Feldes beschränkt. Analoges ergibt sich auch für die NS-(oder x)-Komponente.

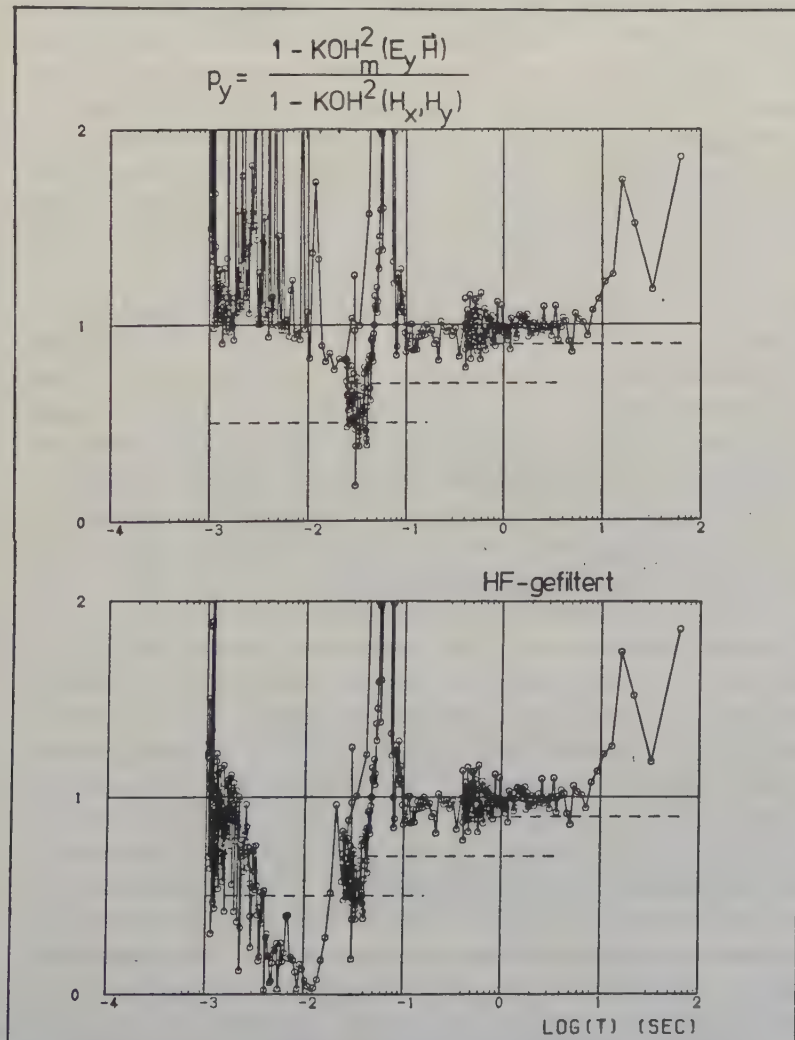


Abb.11c: Kohärenz-Verhältnisse (multiple Kohärenz ($\vec{E}(\text{EW}), \vec{H}$) / einfache Kohärenz H-Feld) (Station ALE) in Abhängigkeit von der Periode $T=1/f$ im Bereich zwischen 10^{-3} sec (1 kHz) und 10^2 sec (0.01 Hz). Oberer Bildteil: Registrierung ohne Hochfrequenz-Filter; unterer Bildteil: Registrierung mit Hochfrequenz-Filter.

Natürliche Anregung und Störungen im
niederfrequenten Bereich:

Abb.11a zeigt auch für den niederfrequenten Bereich (3. Band) zwischen 1 Hz und 0.1 Hz sehr kleine multiple Kohärenzen. Für diesen Bereich werden große und damit ungünstige Kohärenz-Verhältnisse beobachtet. Dieser Umstand wird bedingt durch die schon erwähnte Absorption der natürlichen elektromagnetischen Energie im Bereich zwischen 1 Hz und 0.1 Hz. Die niedrigen multiplen Kohärenzen sind somit im Gegensatz zum Beispiel der Störungen durch amplituden-modulierte Sender durch sehr niedrige spektrale Energie bedingt. Erst im Bereich um 0.1 Hz und darunter werden wieder höhere multiple Kohärenzen beobachtet.

Abb.12 zeigt die dazugehörigen Spektren der über einen Zeitraum von ca. 150 Minuten an diesem Ort registrierten Intervalle im Frequenz-Bereich 0.05 Hz und ca. 3 Hz. Auffällige Peaks sind nicht erkennbar. Doch zeigt sich sowohl in den Komponenten des erdelektrischen Feldes als auch in denen des erdmagnetischen Feldes im niederfrequenten Bereich ein Energieabfall über 2 Dekaden. Registrierungen in diesem Frequenz-Bereich sind oft sehr langwierig, da oft auf die nötige natürliche Anregungsenergie gewartet werden muß.

Periodische Störungen von hoher Korrelation werden im niederfrequenten Spektral-Bereich nur selten beobachtet. In diesem Bereich gehen jedoch hauptsächlich mechanisch bedingte Störungen in die Messungen ein. Abb.13 zeigt das Beispiel einer Auswertung nach der Methode der erdmagnetischen Tiefensondierung für eine Registrierung mit und ohne windbedingte Anregung. Dargestellt sind die Übertragungs-Funktionen zwischen der erdmagnetischen Vertikal-Komponente und den erdmagnetischen Horizontal-Komponenten. Erstaunlich ist die konsistente und frequenz-unabhängige Richtung der reellen Induktions-Pfeile für den Fall der Registrierung unter Windeinfluß. Die zur Messung verwendeten Spulen sind starr miteinander verbunden, so daß mechanisch bedingte Störungen stets alle 3 Komponenten

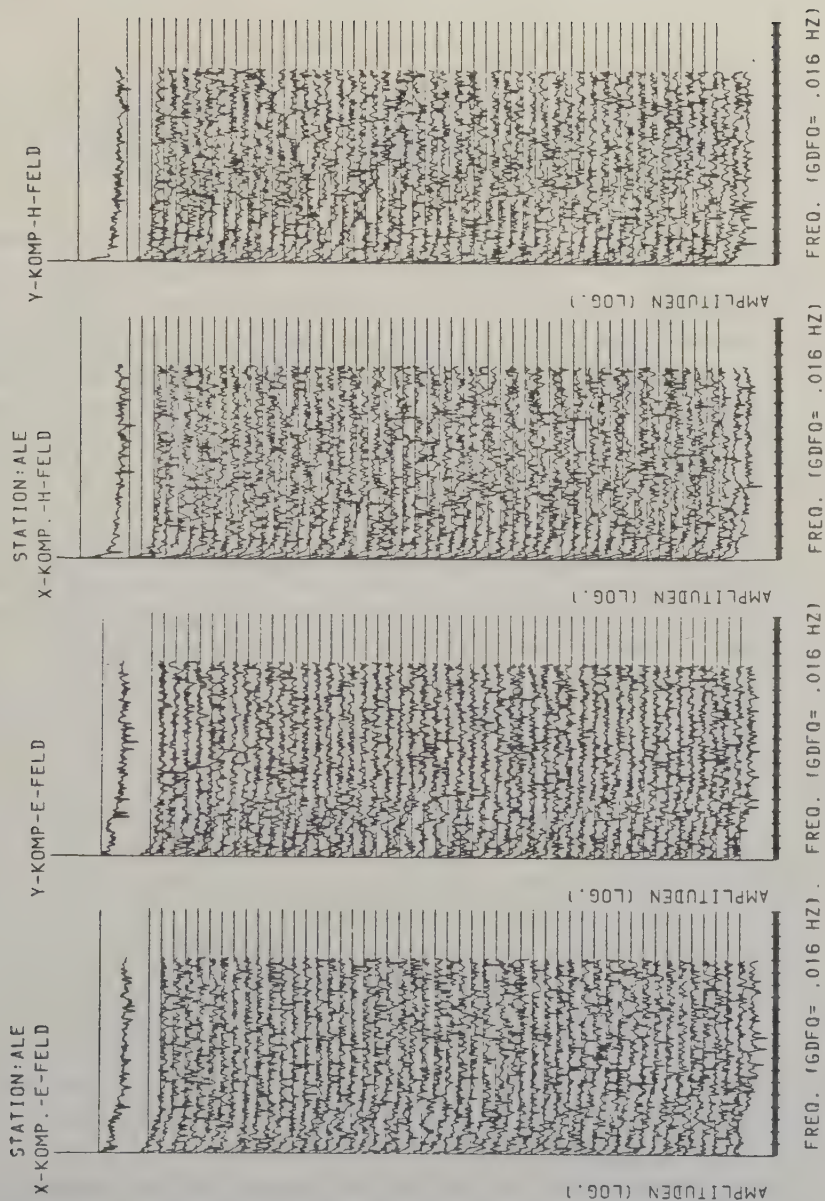


Abb.12: Spektren-Montage der Power-Spektren (Station ALE); 3. Band; Ein großer Pfeilstrich auf der Frequenzskala (unten) entspricht 0.16 Hz. Die Intervalle sind übereinander angeordnet und im Abstand von 75 - 600 s registriert. X-Komp.=NS-Komp., Y-Komp.=EW-Komp. (ausführliche Erläuterungen vgl. Abb.5)

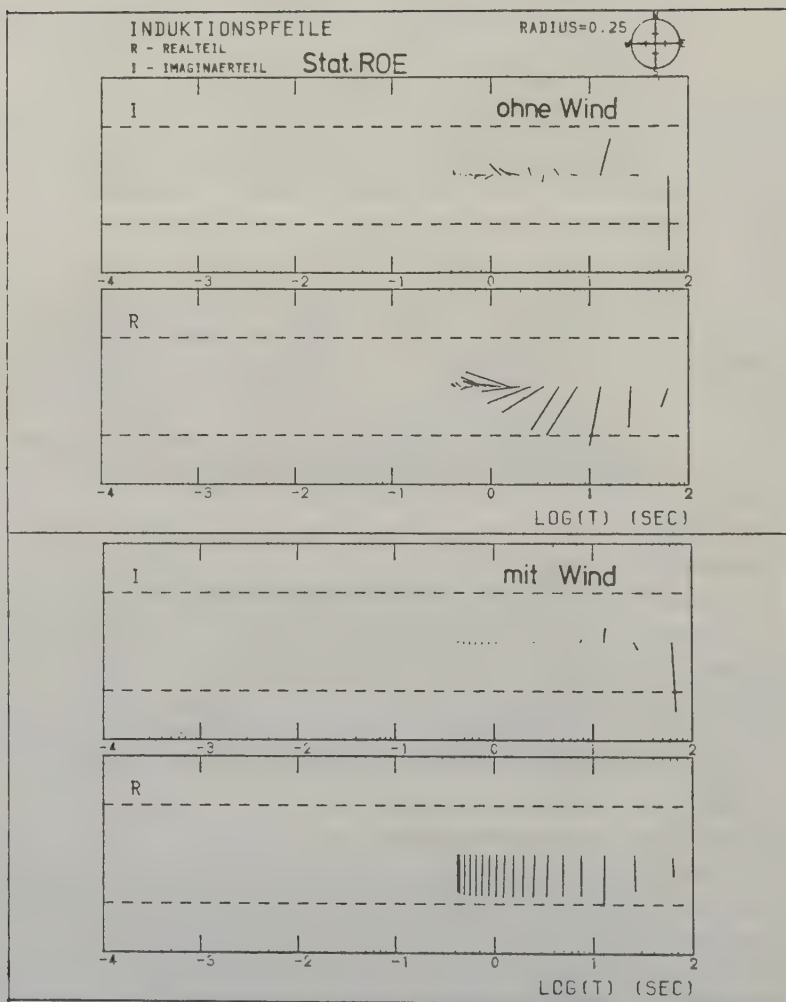


Abb.13: Induktions-Pfeile (reell (R) und imaginär (I)) für den Bereich des 3. Bandes zwischen (0.05 Hz (20 sec) und 3 Hz (0.3 sec)). Die Richtung der Pfeile entspricht der Windrose (N nach oben, E nach rechts). Die Länge der Pfeile entspricht der Amplitude der Übertragungsfunktionen in Real- und Imaginärteil. Oben: Registrierung mit Windschutz; Unten: Registrierung ohne Windschutz.

gleichermaßen erfassen. Die Phasen-Differenz zwischen den Horizontal-Komponenten und der Vertikal-Komponente ist somit gleich Null, d.h. es existieren keine Imaginär-Pfeile.

Dermaßen korrelierte witterungsbedingte mechanische Störungen werden in den Komponenten des erdelektrischen Feldes nicht nachgewiesen. Allerdings verursachen z.B. Windböen mehr oder weniger große Bewegungen der ausgelegten E-Feld-Kabel im erdmagnetischen Feld, was zu nicht zu vernachlässigenden Registrier-Fehlern führt. Die entsprechenden Feldamplituden liegen in ungünstigen Fällen um ein Vielfaches über den natürlich bedingten. Da die Bewegungen jedoch an verschiedenen Stellen der Kabel erfolgen, ergibt sich eine in beiden Komponenten völlig zufallsverteilte mechanischen Anregung. Somit sind im Frequenz-Bereich zwischen 1 Hz und 0.1 Hz die Kohärenzen zwischen den Komponenten des erdelektrischen und des erdmagnetischen Feldes oftmals sehr klein (vgl. Abb. 11a). Witterungsbedingte Störungen haben meist nur im Frequenz-Bereich zwischen 1 Hz und 0.1 Hz Einfluß auf die Registrierungen.

Kapitel 5:

Möglichkeiten der Filterung und Daten-Selektion im Zeit- und Frequenz-Bereich

Die während des Aufzeichnungs-Vorgangs im Gelände anfallenden Daten-Mengen sind beträchtlich. Da die Kapazität der Daten-Träger begrenzt ist, ist es, auch aus Wirtschaftlichkeits-Überlegungen heraus, wünschenswert, schon während der laufenden Messung eine Daten-Selektion vorzunehmen. Dazu sind die registrierten Daten auf ihre Güte hin zu untersuchen, und über ihre Brauchbarkeit zu entscheiden. Den rechentechnischen Möglichkeiten im Gelände sind ebenfalls Grenzen gesetzt, so daß die festzulegenden Selektions-Kriterien ohne übermäßigen Aufwand anwendbar sein müssen. Dabei darf jedoch im Gelände unter keinen Umständen einer ausführlicheren Behandlung der Daten an Großrechnern im Zuge der Labor-Auswertungen vorgegriffen oder diese beeinträchtigt werden.

Eine wie in der längerperiodischen Magnetotellurik übliche Selektion mittels Hand und Auge ist beim Verfahren der kurzperiodischen Audio-Magnetotellurik schon auf Grund der großen Datenraten nicht mehr möglich. Die festzulegenden Kriterien müssen Eingang in standardisierte Registrier- und Auswerte-Programme finden.

Alle im folgenden betrachteten Verfahren nehmen eine Reduktion des registrierten Datenmaterials vor, sei es durch Selektion einzelner Intervalle oder durch numerische Filterung von Zeitreihen. Es muß deshalb unterschieden werden zwischen Verfahren, die als Kriterien zur eigentlichen Aufzeichnung von Daten verwendet werden, und Verfahren, die bei der Selektion bereits aufgezeichneter Daten zur Anwendung kommen.

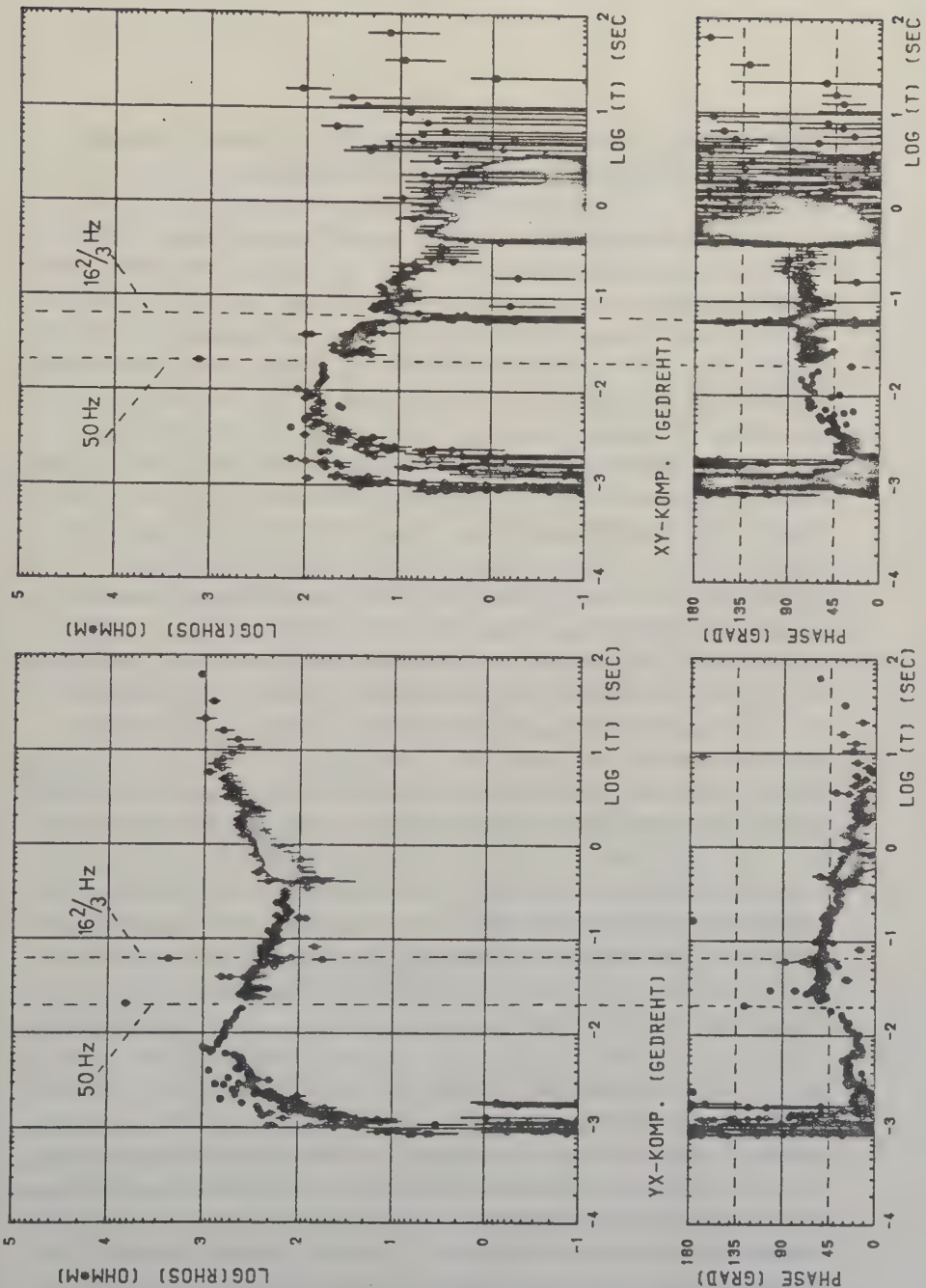


Abb.14: Darstellung audio-magnetotellurischer Daten in ρ_s - und Phasen-Kurven nach Drehung um den Swift-Winkel; auf der linken Seite die yx-Komponente, die Komp. angenähert parallel zur E-Feld-Vorzugsrichtung; auf der rechten Seite die xy-Komponente, die dazu senkrechte Komponente. Markiert sind jeweils die $16\frac{2}{3}$ Hz- und die 50-Hz-Linie, in deren Bereich große Abweichungen beobachtet werden.

Delay-Line-Filter zur Eliminierung des störenden Einflusses von Netzfrequenzen und deren Harmonischen

Das Delay-Line-Verfahren ist ein numerisches Filter-Verfahren, das die Eliminierung des störenden Einflusses der Netz-Grundfrequenzen und ihrer Harmonischen zum Ziel hat. Es zeigt sich nämlich, daß insbesondere die Netz-Grundfrequenzen (50 Hz und $16 \frac{2}{3}$ Hz) sowie deren Harmonische zu erheblichen Schätzwert-Fehlern für die Impedanz-Tensor-Elemente führen. Abb. 14 zeigt ein Beispiel einer Auswertung nicht vorbehandelter Daten. Deutlich sichtbar sind Sprünge in den magnetotellurischen Kurven des scheinbaren spezifischen Widerstandes (ρ_s) und der Phase. Die Grundfrequenz im 1. Frequenz-Band (vgl. Kapitel 1) beträgt 6.1 Hz, was bei einer Netz-Grundfrequenz von $16 \frac{2}{3}$ Hz und deren Harmonischen bedeutet, daß nahezu jede Frequenz-Linie störend beeinflusst ist. Eine Eliminierung dieser Spektral-Anteile mit entsprechenden Hardware-Konfigurationen (Kerbfiltern) ist nur für die Grundfrequenz und die 2. Harmonische ohne allzu großen Aufwand möglich. Die Anteile höherer Harmonischer bleiben auf jeden Fall erhalten. Zu ihrer Eliminierung schlugen SCHNEGG und FISCHER (1980) das sog. Delay-Line-Verfahren vor, auf das im folgenden kurz eingegangen werden soll.

Die Grundidee des Verfahrens ist es, durch die Addition der registrierten Zeitreihe mit der selben, aber um eine Delay-Time δt versetzten Zeitreihe im Zuge negativer Interferenz eine Eliminierung aller Harmonischen der Grundfrequenz f_0 zu erreichen, für die gilt:

$$n \cdot f_0 = n / \delta t \quad (n=1,2,3,...)$$

wobei δt für das hier betrachtete Problem so gewählt werden muß, daß $f_0 = 50$ Hz (oder $16 \frac{2}{3}$ Hz). Das Delay-Line-Verfahren entspricht einer numerischen Kerb-Filterung für eine Grundfrequenz und ihre Harmonischen. Das Delay-Line-Verfahren ist somit ein Zeit-Bereichs-Verfahren, das nicht zur Bestimmung der Daten-Güte herangezogen werden kann.

Es sei $g(t)$ eine Zeitreihe, die um δt versetzte Zeitreihe dementsprechend $g(t+\delta t)$. Bei endlicher Länge der Zeitreihe $g(t)$ existiert eine symmetrische Fenster-Funktion $w(t)$, so daß das tatsächlich registrierte Zeitsignal das Produkt $s(t) = g(t) \cdot w(t)$ ist.

Für den Fall eines Versatzes von $g(t)$ um δt mit anschließender Addition gilt:

$$s'(t) = w(t) \cdot (g(t) + g(t+\delta t))$$

Sind $G(\omega)$, $W(\omega)$ und $S'(\omega)$ die entsprechenden Fourier-Transformierten der Zeit-Funktionen $g(t)$, $w(t)$ bzw. $s'(t)$, dann bestimmt sich $S'(\omega)$ als Faltungsintegral wie folgt:

$$S'(\omega) = 1/2\pi \cdot \int (1 - e^{-i\omega'\delta t}) \cdot G(\omega') \cdot W(\omega' - \omega) \cdot d\omega'$$

Es ergibt sich somit ein phasentreues Signal, für das gilt:

$$S'(\omega) = 0 \quad \text{für} \quad \omega' \cdot \delta t = 2\pi \cdot n \cdot f_0 \cdot \delta t = 2\pi \cdot n,$$

was der oben aufgestellten Forderung $n \cdot f_0 = n/\delta t$ entspricht. Abb.15 zeigt die Frequenz-Antwort des entsprechenden Filters. Die wirkungsvolle Anwendung des Delay-Line-Verfahrens ist jedoch an die Voraussetzung gebunden, daß die Abtastrate ein Vielfaches der Delay-Time δt ist. Für die im Rahmen dieser Arbeit auszuwertenden Daten war diese Voraussetzung Apparaturbedingt nicht erfüllt. Die für $16 \frac{2}{3}$ Hz benötigte Delay-Time beträgt 60 ms, die für 50 Hz 20 ms.

Eine weitere Voraussetzung zur Anwendung dieses Filter-Verfahrens ist die Registrierung von Zeitreihen über die Grund-Registrierzeit hinaus um mindestens die entsprechende Delay-Time. Auch diese Möglichkeit war bei der für die Daten-Registrierung verwendeten Apparatur wegen mangelndem Speicherplatz nicht gegeben. Die Registrierdauer im 1. Frequenz-Band beträgt ca. 0.16 s (vgl. Kapitel 1). Eine Verlängerung der Registrierdauer um 60 ms hätte somit eine Vergrößerung des benötigten Speicherplatzes um über 30 % zur Folge.

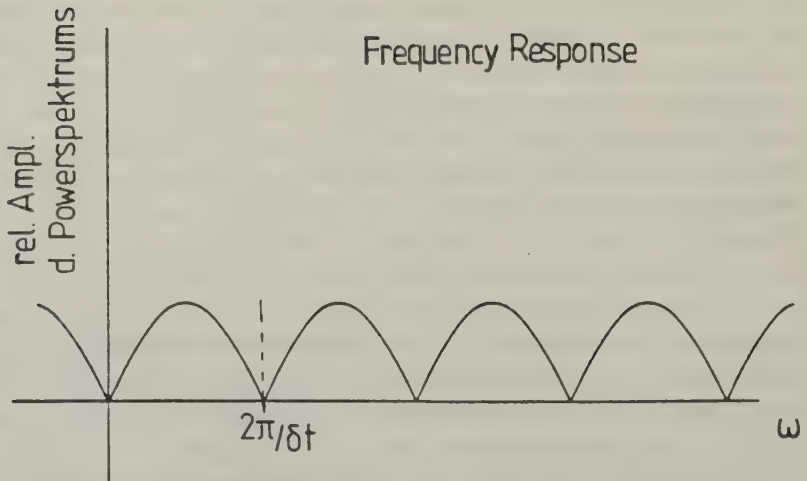


Abb.15: Frequenz-Antwort eines Delay-Line-Filters; Der Amplituden-Maßstab ist willkürlich. Die Abbildung ist einer Arbeit von SCHNEGG und FISCHER (1980) entnommen.

Den sicher unbestreitbaren Vorteilen eines Delay-Line-Filters steht jedoch ein wesentlicher Nachteil entgegen. Die in Abb.15 gezeigte Filter-Antwort-Funktion zeigt, daß die Einkerbungen relativ breit im Vergleich zu ihrem Abstand sind. Bei einem Abstand von $2\pi/\delta t$ (mit $\delta t = 60$ ms) wird bei einer Band-Grundfrequenz von 5-6 Hz praktisch jede Frequenz-Linie vom Filter beeinflusst.

Darüberhinaus erhebt sich die Frage, ob die Eliminierung aller Netz-Harmonischen immer sinnvoll ist. Bei großem Abstand zur eigentlichen Störquelle ist es unter Umständen möglich auch die Fourier-Koeffizienten höher Harmonischer mit in den Auswertegang miteinzubringen. Voraussetzung hierfür ist, daß man sich am Ort der Registrierung in Bezug auf die Quelle im homogenen Fernfeld befindet. Bei den aktiven Verfahren der Elektromagnetik wird im horizontalen Abstand von mindestens 5

Skin-Tiefen (Eindringtiefen der elektromagnetischen Welle oder auch Größe des Induktionsraumes) die Fernfeld-Näherung wirksam. Die bei homogenem Untergrund näherungsweise gültige Formel für die Eindringtiefe lautet:

$$d_S \approx 1/2 \cdot (\rho/f)^{1/2} \quad (\rho \text{ in } [\Omega\text{m}], f \text{ in } [\text{Hz}], d \text{ in } [\text{km}])$$

Bei einem spezifischen Widerstand von 500 Ωm erhält man für 500 Hz eine Eindringtiefe von 500 m, so daß man sich bereits in einer Entfernung von nur 2.5 km im Fernfeld der Quelle befindet.

Tatsächlich sind die Verhältnisse meist komplexer, da der Einflußbereich von Ortschaften, Einzelgehöften, Großverbrauchern und Hochspannungsleitungen eine so undurchschaubare geometrische Konfiguration darstellen, daß die Fernfeld-Voraussetzung nur in sehr wenigen Fällen gegeben sein dürfte.

Die Auswertung im Frequenz-Bereich:

Die Hauptschwierigkeit bei den statistischen Auswerte-Verfahren der Magnetotellurik und Erdmagnetischen Tiefensondierung wurde schon in Kapitel 4 erörtert. Alle hochkohärenten Störungen gehen verfahrensbedingt in die Schätzwerte der verschiedenen Übertragungs-Funktionen ein. Gerade im Audio-Frequenz-Bereich (1 Hz bis 1 kHz) wird ein sehr hoher Störpegel, verursacht durch die Netz-Harmonischen, beobachtet. Ebenfalls im Audio-Frequenz-Bereich ist die Energie der beobachteten Variationen des anregenden erdmagnetischen Feldes z.T. sehr klein oder unterliegt großen Dynamik-Schwankungen. Natürliche Felder weisen deshalb oft nur sehr geringe Korrelationen auf. Obwohl es auf Grund dieser letzteren Beobachtung naheliegend wäre, die multiplen Kohärenzen zwischen den Komponenten des induzierten erdelektrischen Feldes und dem induzierenden erdmagnetischen Feld ($\text{KOH}_m(E_i, \vec{H}), i=x,y$) als Maßstab der Datengüte zu verwenden, scheitert dieses Kriterium meist, da der Anteil

hochkorrelierter Störungen (Netz-Harmonische) an den meisten Orten in Deutschland zu groß ist.

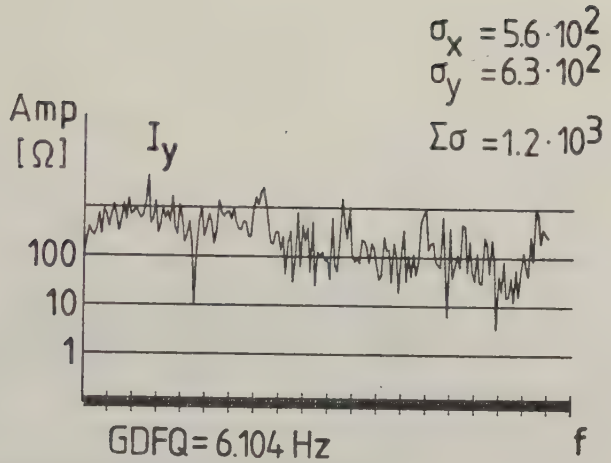
Im folgenden sollen deshalb zwei Verfahren beschrieben werden, die diese Problematik umgehen. Beide Verfahren haben den Vorteil, daß sie sowohl während der laufenden Messung im Gelände zur Bestimmung der Datengüte als auch für eine spätere umfangreichere Auswertung anwendbar sind. Beide Verfahren werden an unterschiedlichen Stellen des Registrier- und Auswerteganges eingebaut, worauf im Zuge der Beschreibung der Verfahren eingegangen werden soll.

1. Das Varianz-Kriterium:

Beurteilungs-Kriterium zur Datengüte ist bei diesem Verfahren die Varianz des Spektrums der einfachen Impedanzen (kurz: spektrale Impedanz-Varianz). Unter einfachen Impedanzen werden hier die Quotienten:

$$I_i(f_k) = E_i(f_k) / H_j(f_k) \quad (i, j=x, y; i \neq j) \\ (k=1, \dots, n)$$

verstanden, wobei $E_i(f_k)$ und $H_j(f_k)$ die zur Frequenz f_k gehörigen Koeffizienten der Fourier-Analyse sind. Aus diesen Quotienten läßt sich dann das Spektrum der einfachen Impedanzen bilden, für das ein Amplituden-Mittelwert und als Maß für die Abweichung von diesem Mittelwert die spektrale Varianz berechnet werden kann. Diese spektrale Varianz läßt sich für jedes einzelne registrierte Intervall ohne großen Aufwand berechnen, und als Maß für die Datengüte des registrierten Intervalls verwenden. Das Varianz-Kriterium ist somit ein Intervall-bezogenes Rückweisungs-Kriterium, mit dem bereits kurz nach der Registrierung vor einer weitergehenden Auswertung über die Aufzeichnung eines Intervalls entschieden werden kann. Das Verfahren setzt voraus, daß die berechneten Spektren der einfachen Impedanzen stark gestört sind, d.h. mit ausgeprägten



JAK (46.I)

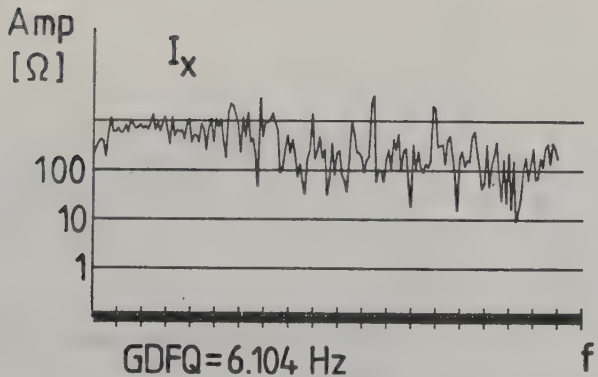
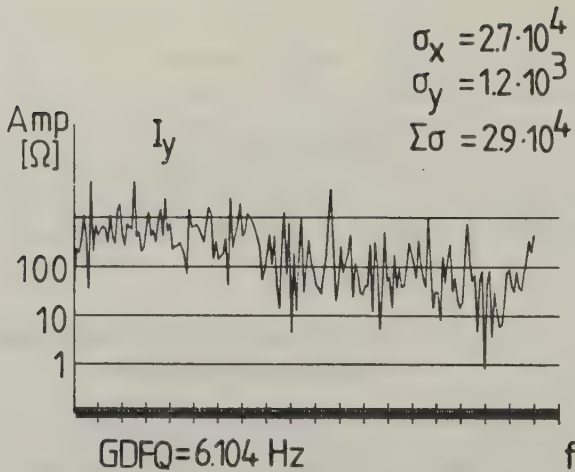


Abb.16a: Spektren der einfachen Impedanzen I_x und I_y für ein Intervall im Frequenzbereich des 1. Bandes. Die Grundfrequenz ist 6.104 Hz (1 großer Teilstrich entspricht 60.14 Hz). Im rechten oberen Teil die Werte für die Varianzen bezüglich $I_x(f)$ und $I_y(f)$ sowie ihre Summe, die ein Maß für die Daten-Güte des betrachteten Intervalls ist.



JAK (7.I)

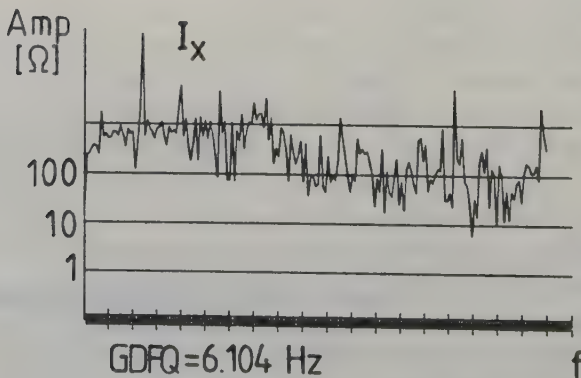


Abb.16b: Spektren der einfachen Impedanzen I_x und I_y für ein Intervall im Frequenzbereich des 1. Bandes (Grundfrequenz 6.104 Hz); vgl. Abb.16a. Die Spektren des hier gezeigten Intervalls haben größere Werte der spektralen Varianzen als die Spektren des in Abb.16a gezeigten Intervalls. Zeitlicher Registrier-Abstand beider Intervalle sind nur wenige Minuten.

Peaks durchsetzt sind. Da die Theorie des magnetotellurischen Verfahrens eine stetig differenzierbare φ_S -Kurve voraussetzt, sind auch im Spektrum der Impedanzen keine ausgeprägten Peaks zu erwarten.

Für Peak-freie Impedanz-Spektren muß sich jedoch ebenfalls ein Wert der spektralen Varianz von im allgemeinen deutlich ungleich Null ergeben, da die Änderung der Impedanz über den Spektral-Bereich gerade das Bestimmungsziel magnetotellurischer Messungen ist. Bei Peak-freien Impedanz-Spektren ergeben sich kleine Werte für die spektrale Varianz, die jedoch in diesem Falle lediglich Leitfähigkeits-bedingt ist. Eine Verwendung der spektralen Varianz in diesem Fall ist somit unzulässig. Erst für Spektren, die, verursacht durch hochkohärente Störungen, große Peaks enthalten, wird der Wert der Varianz nahezu ausschließlich von der Anzahl und Höhe dieser Peaks bestimmt. Für die Impedanz-Spektren bei audio-magnetotellurischen Messungen sind Peaks der Netz-Harmonischen fast immer zu beobachten, so daß die spektrale Varianz meist ein erstes Maß für die Intensität der künstlich erzeugten Wechselstrom-Systeme ist.

Der Wert der spektralen Varianz der einfachen Impedanzen ist stark vom betrachteten Meßgebiet abhängig und schwankt um Werte von 10^2 mV/(km·nT) bis zu 10^6 mV/(km·nT) in ungünstigen Gebieten und zu ungünstigen Zeiten. Eine Normierung auf den Mittelwert ergibt einen noch besseren Vergleich der Meßgebiete und Meßorte untereinander, da in die Peak-Amplituden naturgemäß auch der Wert der Leitfähigkeit eingeht. So werden in Gebieten mit hochohmiger (also schlecht leitender Bedeckung) wesentlich größere Werte für die spektrale Varianz beobachtet als in Gebieten mit niedrigen Deckschicht-Widerständen. Bei der Anwendung des Verfahrens wird sinnvollerweise die Summe der Varianzen der beiden Spektren $I_x(f)$ und $I_y(f)$ als Güte-Kriterium verwendet.

Abb.16a und b zeigen Spektren der spektralen Varianz für 2 registrierte Intervalle an einem Meßpunkt. Dargestellt sind jeweils die Spektren der Größen $I_x(f)$ und $I_y(f)$, wobei Abb.16a

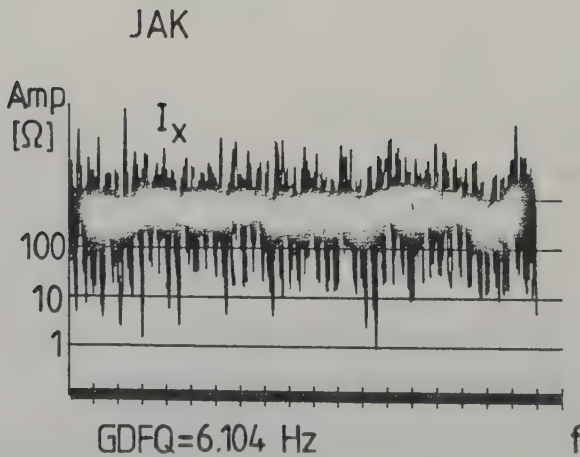
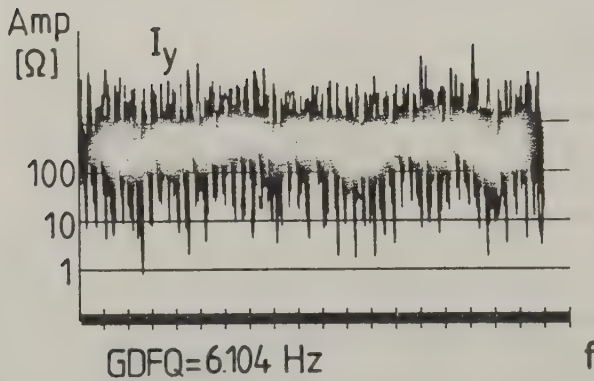
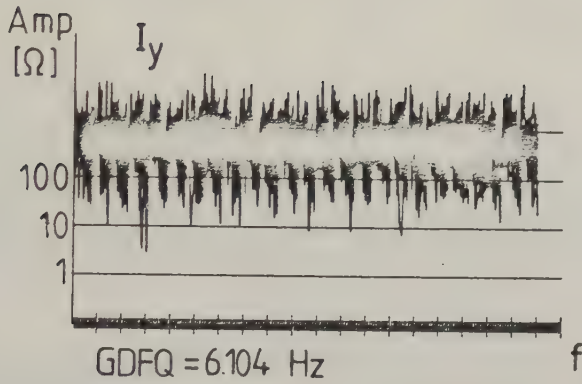


Abb.17a: Die Spektren der einfachen Impedanzen aller an einer Station registrierten Intervalle im 1. Band (Grundfrequenz ist 6.104 Hz) sind übereinander gezeichnet. Die Bandbreite der Werte von I_x bzw. I_y beträgt für einzelne Frequenzen bis zu 5 Dekaden.



JAK (selektiert)

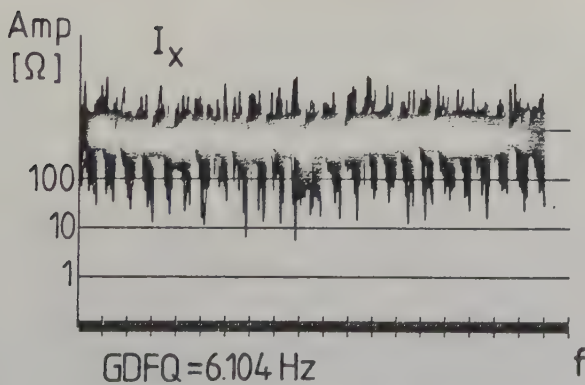


Abb.17b: Spektren der einfachen Impedanzen aus Abb.17a nach Selektion mittels des Varianzkriteriums. 20 % der Intervalle mit der höchsten Summe der beiden Varianzen sind aussortiert.

das Intervall mit der geringeren Summe der beiden spektralen Varianzen zeigt. Die beiden Intervalle wurden im Abstand nur weniger Minuten registriert. Die starken Schwankungen der spektralen Varianz sind bedingt durch unterschiedlich hohe Anregungs-Amplituden der Netzfrequenz von 50 Hz und ihrer Harmonischen.

Abb.17a zeigt die Bandbreite der Werte der einfachen Impedanzen aller an dieser Station registrierten Intervalle. Die Streuung kann deutlich verringert werden, wenn mittels der Varianz-Analyse die Intervalle mit den größten Varianz-Summen (Die Summe der beiden Varianzen von $I_X(f)$ und $I_Y(f)$) aussortiert werden. Das Ergebnis zeigt Abb.17b, wo ca. 20% der Intervalle aussortiert wurden.

Es ist dabei zu beachten, daß die vorliegenden Meßreihen schon während der Registrierung ausgewählt worden sind. Die beobachteten Schwankungen sind oft erheblich größer.

2. Das selektive Stapeln:

Die in Abb.14 gezeigten Kurven von ρ_s und Phase als Funktionen der Periode T (bzw. der Frequenz f) sind aus noch unbehandelten Daten gewonnen. Es ist direkt ersichtlich, daß eine Reihe von Kurvenpunkten fehlerbehafteten Daten zuzuschreiben sind. (Markiert sind die Werte im Bereich der 16 $\frac{2}{3}$ und 50 Hz-Netzfrequenzen.) Im Bereich zwischen 1 Hz und 0.1 Hz (entsprechend $T=1s$ und $T=10s$) sind ebenfalls in der xy -Komponente offensichtlich anregungs-bedingte Einbrüche bei den ρ_s - und Phasen-Kurven zu beobachten. Es ist dabei nicht unmittelbar klar, ob der auftretende Fehler, der zu einem zu hohen oder zu niedrigen Schätzwert führt, für den entsprechenden Spektral-Bereich des Ausgleichs-Fensters typisch, der Fehler also systematisch ist, oder ob nur ein einzelner Meßwert den statistisch berechneten Schätzwert verfälscht.

Im ersteren Fall, also im Falle des systematisch beeinflussten

Schätzwertes, ist es naheliegend, den entsprechenden Punkt einfach aus der Darstellung zu nehmen. Im zweiten Fall, im Fall einzelner "Ausreißer", muß es das Bestreben der Auswertung sein, diese einzelnen verfälschenden Koeffizienten aufzufinden und auszusortieren. Beide Selektions-Verfahren erfordern Kriterien, an Hand derer die entsprechenden Entscheidungen getroffen werden können. Bei einem Frequenz-Bereichs-Verfahren ist es naheliegend, die verschiedenen Kohärenzen zwischen den einzelnen Komponenten in diese Kriterien miteinzubringen. Für die in diesem Zusammenhang verwendeten verschiedenen Kohärenz-Begriffe sei schon an dieser Stelle auf Anhang III verwiesen, wo die entsprechenden Definitionen gegeben sind.

Die Stapel-Verfahren:

Um die Wirkungsweise der verschiedenen Kriterien zu erläutern, sollen zunächst die beiden Möglichkeiten des Stapel-Verfahrens in der Audio-Magnetotellurik erläutert werden.

1. Fall der Auswertung in einzelnen Intervallen:

Die Intervalle werden in Ausgleichs-Fenster unterteilt (vgl. hierzu Kapitel 1). Die Einteilung der Ausgleichs-Fenster erfolgt so, daß im niederfrequenten Teil über größere Spektral-Bereiche gemittelt wird. Da eine Drängung der Koeffizienten zu hohen Frequenzen auftritt, umfassen die Ausgleichs-Fenster gegen hohe Frequenzen zu meist mehr Koeffizienten und sind schmalbandiger. Eine Überlappung der Ausgleichs-Fenster, wie sie in der längerperiodischen Magnetotellurik oft üblich ist, ist für den hochfrequenten Bereich nicht empfehlenswert, da die durch Netzfrequenzen und ihre Harmonischen erzeugten Überhöhungen der Amplituden über ein breites Spektral-Band verschmiert würden. Ein Ausgleichs-Fenster umfaßt $N(K)$ Koeffizienten, die ihrer Frequenz f_i zugeordnet sind. Die Einteilung der Ausgleichs-Fenster bleibt für alle Intervalle gleich. Man

erhält dann Schätzwerte pro Ausgleichs-Fenster und Intervall.

Mit: M: Zahl der registrierten Intervalle
 K: Zahl der Ausgleichs-Fenster
 N(k): Zahl der Koeffizienten im k-ten Ausgleichs-Fenster
 $f_0(k)$: Mittenfrequenz des k-ten Ausgleichs-Fensters,
 für die gilt:

$$f_0(k) = 1/N(k) \cdot \sum_{i=1}^{N(k)} f_i ,$$

lassen sich $(M \cdot K)$ Sätze von Spektral-Funktionen (Kreuz- und Power-Spektren) $(S(k,m), k=1, \dots, K, m=1, \dots, M)$ berechnen. $(S(k,m))$ ist dabei die Gesamtheit aller Spektral-Funktionen in einem Ausgleichs-Fenster eines Intervalles.

Die eigentlichen Schätzwerte der Übertragungs-Funktionen für eine feste Mittenfrequenz $f_0(k)$ berechnen sich letztendlich aus den gemittelten Spektral-Funktionen aller Intervalle, was im folgenden mehr intuitiv als exakt geschrieben werden soll:

$$(S(k)) = 1/M \cdot \sum_{m=1}^M (S(k,m))$$

Für jeden Satz $(S(k,m))$ läßt sich zusätzlich noch ein Selektions-Faktor $g(k,m)$ angeben, der die Werte 0 oder 1 annimmt, je nachdem ob ein oder mehrere Selektions-Kriterien erfüllt sind. Die entsprechende Stapel-Bedingung für die $g(k,m)$ lautet:

$$(S(k)) = 1/M_g \cdot \sum_{m=1}^M (S(k,m)) \cdot g(k,m)$$

$$\text{mit: } M_g = \sum_{m=1}^M m \cdot g(k,m).$$

2. Auswertung in einzelnen Spektral-Linien:

Die Registrier-Technik der Audio-Magnetotellurik bringt es mit sich, daß mit der Registrierung vieler Intervalle auch eine Auswertung in einzelnen Spektral-Linien (genauer eine Auswertung für jede einzelne Frequenz f_i) möglich wird. Hierbei wird ein Ausgleichs-Fenster auf eine feste Frequenz f_i begrenzt, d.h. das Ausgleichs-Fenster besteht aus den M Koeffizienten aller Intervalle, die zur festen Frequenz f_i gehören. Man erhält somit genau soviele Ausgleichs-Fenster, wie Frequenzen f_i nach der Fourier-Analyse vorliegen. Die selektive Stapelung entfällt. Selektiert werden somit ganze Ausgleichs-Fenster, für die die entsprechenden Bedingungen nicht erfüllt sind. Das Verfahren der Auswertung in einzelnen Spektral-Linien hat den großen Vorteil, daß systematisch Fehler-beeinflußte Schätzwerte bei einer Frequenz als Einzelwert herausfallen, und nicht wie beim Verfahren der Intervall-Auswertung zu einer Beeinflußung des benachbarten Spektral-Bereiches führen. Voraussetzung für das Verfahren ist es jedoch, daß eine genügend große Anzahl an Intervallen registriert worden ist. Die übliche Anzahl liegt in der Regel bei größer 50.

Auch eine Kombination beider Verfahren ist denkbar, und wurde häufig angewandt. Dabei ist es dann möglich Ausgleichs-Fenster über sehr schmalbandige Bereiche zu bilden, was insbesondere im niederfrequenten Teil von Vorteil ist.

Die Selektions-Kriterien:

Um geeignete Kriterien für die Festlegung der Gewichtungsfaktoren $g(k,m)$ zu finden, bieten sich als grundlegende Größen für ein Frequenz-Bereichs-Verfahren wie der Audio-Magnetotellurik die Kohärenzen zwischen den einzelnen registrierten Komponenten an. (Definitionen siehe Anhang III)

Zur Auswertung längerperiodischer magnetotellurischer Daten

werden eine ganze Reihe von Kohärenz-Kriterien verwendet. Im folgenden soll eine kleine Zusammenstellung gegeben werden:

a) Die Verwendung einfacher Kohärenzen:

Der unmittelbare und kausale Zusammenhang zwischen induzierendem erdmagnetischem Feld und induziertem erdelektrischen Feld muß sich auch in der Korrelation der registrierten Zeitreihen bemerkbar machen. So müssen bei angenähert eindimensionalen Leitfähigkeits-Verhältnissen die zueinander senkrechten Komponenten des erdelektrischen und des erdmagnetischen Feldes miteinander korreliert sein. Die einfachen Kohärenzen:

$$KOH(E_X, H_Y) \text{ und } KOH(E_Y, H_X)$$

können somit als Maß für die Datengüte verwendet werden. Für das optimierte Koordinaten-System muß darüberhinaus auch eine weitgehende Entkopplung der beiden erdmagnetischen Horizontal-Komponenten gewährleistet sein, so daß

$$KOH(H_X, H_Y) \rightarrow \min.$$

eine notwendige Voraussetzung bei guten Daten sein muß.

b) Die Verwendung partieller Kohärenzen:

Nach Gleichung (III,9) im Anhang III berechnet sich der Schätzwert eines Impedanz-Tensor-Elementes wie folgt:

$$Z_{ijLS} = \text{Amp}_{\text{eff}}(E_i, H_j) \cdot \exp(i \cdot \Phi(E_i, H_j)) \cdot KOH_P(E_i, H_j)$$

wobei:

$$KOH_P(E_i, H_j) = (KOH(E_i, H_X) - KOH(E_i, H_Y) \cdot KOH(H_X, H_Y)) / (1 - KOH^2(H_X, H_Y))$$

Die mit KOH_P bezeichnete partielle Kohärenz zwischen dem je-

weiligen Eingangs-Kanal E_i und einem der beiden Ausgangs-Kanäle H_j geht wesentlich in die Bestimmung des Schätzwertes ein. Es ist somit naheliegend den Wert der partiellen Kohärenz oder auch alle 4 Werte der verschiedenen partiellen Kohärenzen als klassifizierende Größen zu verwenden.

c) Die Verwendung der multiplen Kohärenz:

Nach Gleichung (III,7b, im Anhang III) ist die multiple Kohärenz

$$KOH_m(E_i, \hat{H}) = \overline{E_i^P E_i^{P*}} / \overline{E_i E_i^*}$$

wobei $E_i^P = Z_{ix} LS \cdot H_x + Z_{iy} LS \cdot H_y$

das Verhältnis von predicted E zu tatsächlich gemessenem E. Die multiple Kohärenz ist somit ein Maß für die Übereinstimmung eines aus den Daten abgeleiteten "Modells" (E^P) und dem tatsächlich gemessenen E. In Verwendung als Güte-Kriterium wird zu verlangen sein, daß die multiple Kohärenz oder beide ableitbaren multiplen Kohärenzen einen möglichst großen Wert annehmen.

d) Der Vergleich partieller Kohärenzen:

Ausgehend von der schon im Abschnitt a) angestellten Überlegung läßt sich eine zusätzliche Bedingung für die partiellen Kohärenzen ableiten. Im Falle eindimensionaler Leitfähigkeits-Verhältnisse müssen stets die zueinander senkrechten Komponenten des erdelektrischen und des erdmagnetischen Feldes maximal miteinander korreliert sein. Die Korrelation einer E-Feld-Komponente mit der zu ihr parallelen H-Feld-Komponente sollte dagegen minimal werden. TRAVASSOS und BEAMISH (1986) führen deshalb ein weiteres mögliches Kriterium ein, welches die partiellen Kohärenzen betrifft:

$$\text{KOH}_P(E_i, H_j) > \text{KOH}_P(E_i, H_i) \quad (i, j=x, y),$$

wobei sie zusätzlich einen Mindestwert auch für die multiple Kohärenz (Kriterium c) fordern.

e) Das Produkt von Kohärenzen:

Ebenfalls TRAVASSOS und BEAMISH (1986) geben ein weiteres mögliches Rückweisungs-Kriterium an, das wiederum auf die maximale Korrelation zwischen einer E-Feld-Komponente und der zu ihr senkrechten H-Feld-Komponente abzielt. Es werden die jeweiligen multiplen und partiellen Kohärenzen miteinander multipliziert:

$$\text{KOH}_m(E_i, \vec{H}) \cdot \text{KOH}_P(E_i, H_j) \quad (i, j=x, y)$$

Der so berechnete Wert darf eine vorzugebende Schranke ebenfalls nicht unterschreiten.

Die unter a) bis e) beschriebenen Verfahren zielen auf die Eliminierung von nicht-korrelierten Störungen oder die Entdeckung nur schwach korrelierter Signale. Im Fall hochkorrelierter Störungen, wie sie im Audio-Frequenz-Band beobachtet werden, müssen diese Kriterien versagen. Die im Bereich der Netzfrequenzen beobachteten multiplen und partiellen Kohärenzen sind meist größer 0.9. Auch die einfachen Kohärenzen zwischen den verschiedenen E- und H-Feld-Komponenten erreichen in der Regel Werte größer 0.9 - 0.95. PEDERSEN und SVENNEKJÆR (1984) schlagen deshalb ein neues Selektions-Kriterium vor, das als Vergleichs-Wert den Quotienten von Kohärenzen benützt.

f) Der Quotient von Kohärenzen:

Die in Kapitel 2 durchgeführte Fehler-Rechnung mit dem Ergebnis in Gleichung (2.25) führte neben dem dort näher betrachte-

ten statistischen Faktor auf einen weiteren bestimmenden Faktor p_i . p_i ist das Verhältnis von multipler Kohärenz zwischen einer E-Feld-Komponente und den beiden horizontalen Magnetfeld-Komponenten zur einfachen Kohärenz zwischen den beiden horizontalen Magnetfeldkomponenten:

$$p_i = (1 - \text{KOH}_m^2(E_i, \vec{H})) / (1 - \text{KOH}^2(H_x, H_y)) \quad (i=x, y)$$

Da dieser Faktor auch in die Bestimmung des maximal möglichen Bias-Errors eingeht (vgl. Kapitel 3, Gleichung(3.16c)), ist es naheliegend, p_i in ein Auswahl-Kriterium mit aufzunehmen. Anzustreben ist dabei die Minimierung des Faktors p_i , was auch eine Verkleinerung des statistischen Fehlers bewirkt. Die in der Regel verwendeten Schranken-Werte liegen für p_i bei 0.5 - 0.7 entsprechend der am Ende von Kapitel 3 gemachten Abschätzung. Schranken-Werte größer 1 für p_i sind nicht sinnvoll.

Die Minimierung der p_i ist gleichzusetzen mit einer Maximierung der multiplen Kohärenzen bei gleichzeitiger Minimierung der einfachen Kohärenz zwischen den Horizontal-Komponenten des erdmagnetischen Feldes. Das beschriebene Selektion-Kriterium stellt somit nicht nur eine Verbindung zwischen den verschiedenen Kriterien (a-e) dar, sondern steht auch in direktem Bezug zum statistischen Fehler und zum maximal möglichen Bias-Error.

Bei Verwendung des unter f) beschriebenen Kriteriums zeigt sich jedoch auch: Bei sehr hohen Kohärenzen (größer 0.95) ergeben sich oft numerische Instabilitäten, so daß die Faktoren p_i kleiner 0.5 werden. (z.B. bei: $\text{KOH}_m = 0.99$ und $\text{KOH} = 0.97$). Eine Verwendung von Daten mit derartigen Korrelationen ist jedoch in keinem Fall sinnvoll. Es muß deshalb eine Zusatz-Bedingung für die einfache Kohärenz eingeführt werden. In der Regel genügt es zu fordern:

$$\text{KOH}(H_x, H_y) < 0.5$$

Die Abb.18 und 19 (jeweils a-c) zeigen die φ_s - und Phasen-Kurven als Ergebnisse selektiven Stapelns für die schon in Abb.14 gezeigten Kurven bei nicht-selektierten Daten.

Die dabei verwendeten Schranken-Werte für p_i und $KOH(H_x, H_y)$ sind jeweils angegeben. Die in Abb.18 gezeigten Kurven zeigen eine Auswertung in Intervallen, d.h. eine Selektion schon in den Ausgleichs-Fenstern der Einzelintervalle mit anschließender Stapelung über die Spektren. Abb.19 dagegen zeigt die Auswertung der selben Daten in einzelnen Spektral-Linien. Die Abb.18a und 19a zeigen die Selektion ohne die eingeführte Zusatz-Bedingung für die Kohärenz zwischen den Magnetfeld-Komponenten. Die Abb.18b und c, sowie Abb.19b und c zeigen die Ergebnisse bei Einführung dieser Zusatz-Bedingung bei variablen Schrankenwerten. Dabei wird nur für den Fall des Auswertens in einzelnen Spektral-Linien (Abb.19) ein sichtbarer zusätzlicher Effekt erzielt. Die in Abb.19c verbliebenen Koeffizienten liegen im Anregungs-stärksten Bereich des natürlichen elektromagnetischen Audio-Frequenz-Spektrums (vgl. auch Kapitel 2) zwischen 1 Hz und 100 Hz.

Die in Abb.14,18 und 19 gezeigten Kurven beziehen sich sämtlich auf das um den Swift-Winkel gedrehte Koordinaten-System. Die Auswertung der Daten der hier gezeigten Meß-Station zeigt eine deutliche Aufspaltung der beiden φ_s - und Phasen-Kurven parallel und senkrecht zur Vorzugsrichtung des erdelektrischen Feldes. Die Meß-Station stand sehr nahe an einer lateralen Leitfähigkeits-Grenze. Die Drehung des Impedanz-Tensors um den Swift-Winkel ist dabei gleichzusetzen mit der Betrachtung des Strom-Flusses parallel und senkrecht zu seiner Vorzugsrichtung. Die größere Energie steckt dabei in der Richtung parallel zur Vorzugsrichtung, so daß für die Komponente parallel zur Vorzugsrichtung auch die größere numerische Stabilität gewährleistet ist. Die statistischen Fehler und die Streuung für die φ_s - und Phasen-Werte der Komponente parallel zur Vorzugsrichtung sind somit, was auch aus den Abb.14,18 und 19 hervorgeht, deutlich geringer als für die Komponente senkrecht dazu. Das unter f) besprochene Kriterium prüft jedoch sowohl den Faktor p_x als auch den Faktor p_y nach Drehung um den Swift-

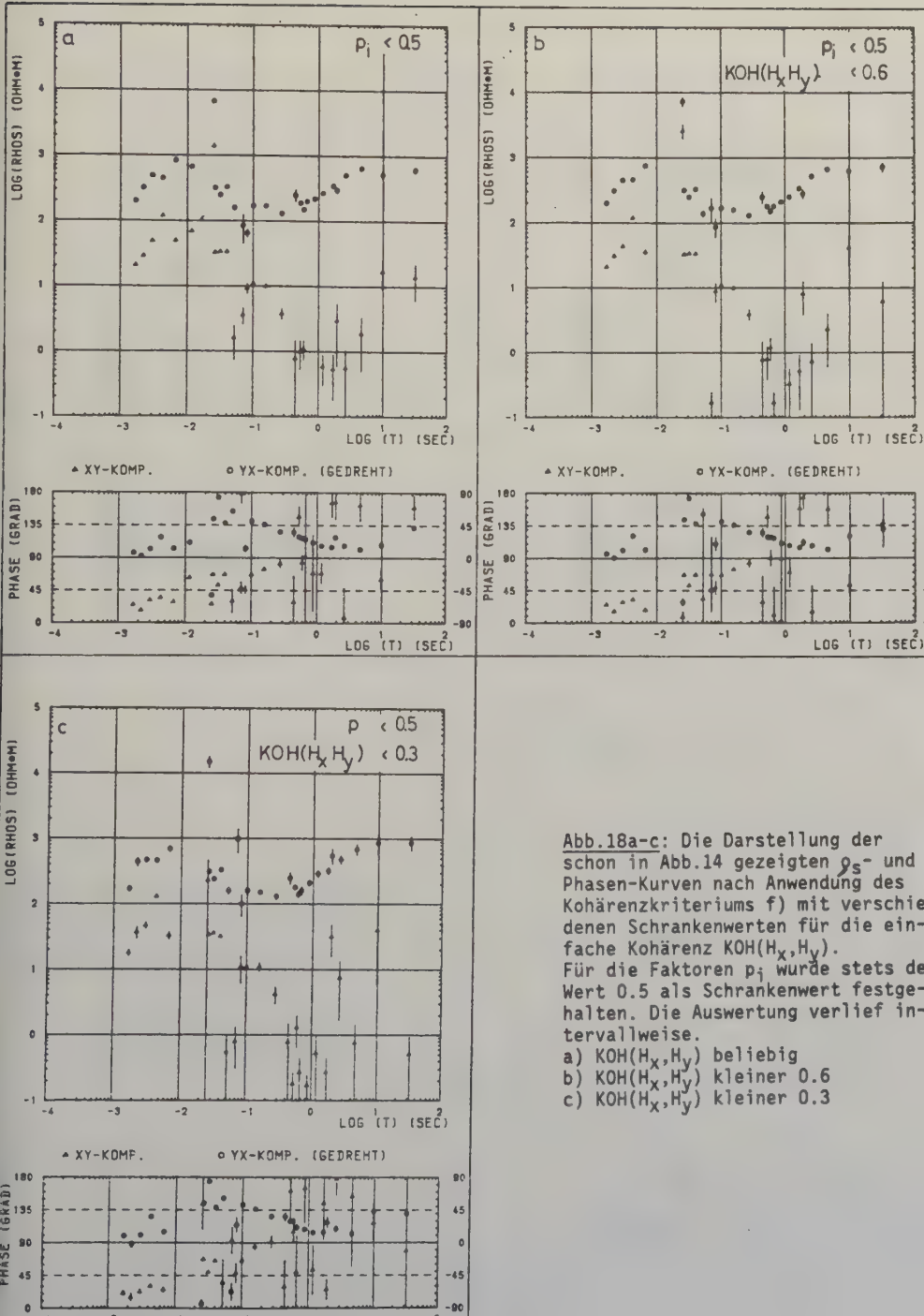


Abb.18a-c: Die Darstellung der schon in Abb.14 gezeigten ρ_s - und Phasen-Kurven nach Anwendung des Kohärenzkriteriums f) mit verschiedenen Schrankenwerten für die einfache Kohärenz $\text{KOH}(H_x, H_y)$. Für die Faktoren p_i wurde stets der Wert 0.5 als Schrankenwert festgehalten. Die Auswertung verlief intervallweise.

- a) $\text{KOH}(H_x, H_y)$ beliebig
- b) $\text{KOH}(H_x, H_y)$ kleiner 0.6
- c) $\text{KOH}(H_x, H_y)$ kleiner 0.3

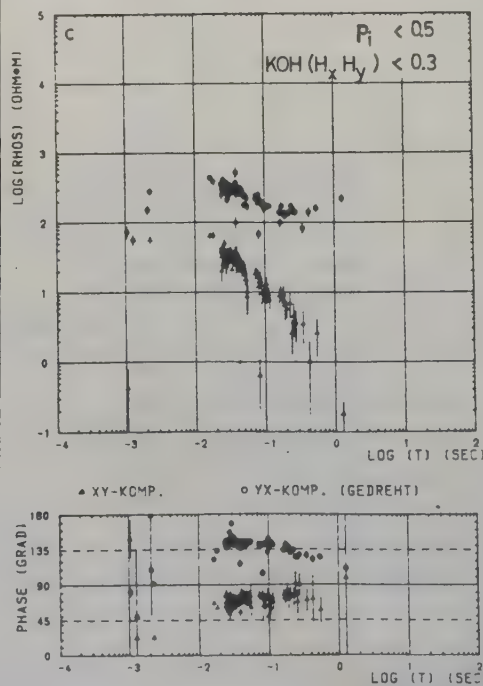
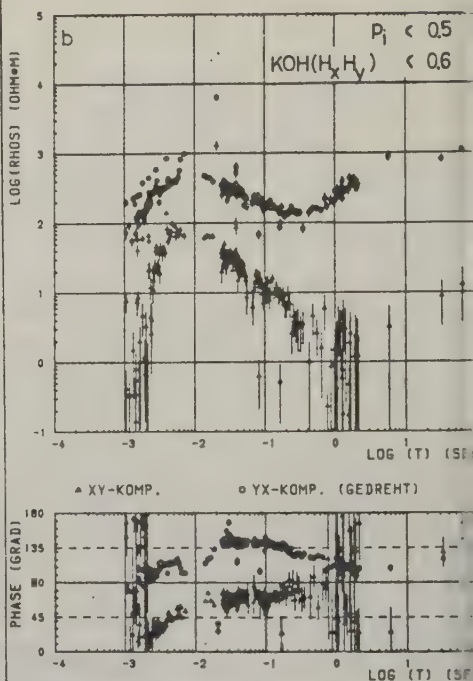
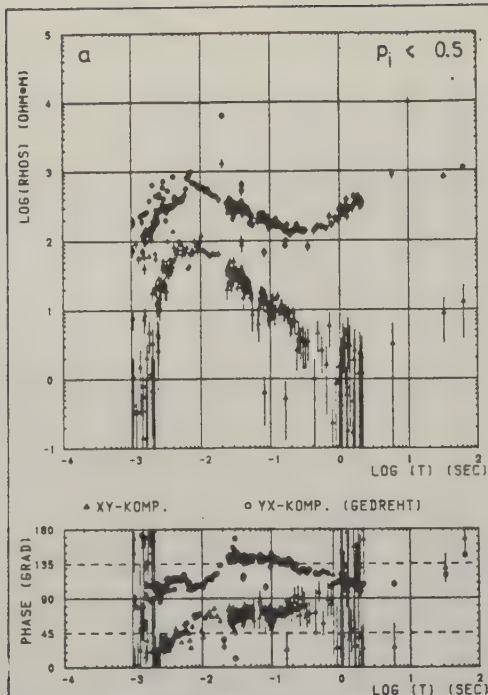


Abb.19a-c: Gleiche Darstellung wie Abb.18. Die Auswertung wurde jedoch für alle Frequenz-Linien einzeln vorgenommen. Die eingeführten Kriterien arbeiten bei dieser Auswertung effektiver.

- a) $KOH(H_x, H_y)$ beliebig
- b) $KOH(H_x, H_y)$ kleiner 0.6
- c) $KOH(H_x, H_y)$ kleiner 0.3

Winkel auf den gleichen Schranken-Wert. Somit entfallen auch Werte der Komponente parallel zur Vorzugsrichtung, die durchaus statistisch gesichert sind. Um dieser Schwierigkeit aus dem Weg zu gehen, ist es oft zweckvoll, verschiedene Rückweisungs-Schranken für die Werte p_x und p_y zu verwenden. Auch die Summe oder das Produkt beider Faktoren können einen möglichen Beurteilungs-Wert darstellen.

Es ist sehr schwierig, einheitliche und immer gültige Rückweisungs-Kriterien zu erstellen. Verschiedene Meßgebiete und Anregungs-Bedingungen des natürlichen und künstlichen Audio-Frequenz-Spektrums machen eine variable Handhabung der Kriterien notwendig. Die jedoch wirkungsvollsten Verbesserungen konnten mit dem zuletzt beschriebenen Kriterium des Kohärenz-Verhältnisses p_i und der Varianz des Impedanz-Spektrums als Maß der Daten-Güte erzielt werden.

Kapitel 6:

Grundsätzliche Überlegungen zur Auswertung audio-magnetotellurischer Daten:

In diesem Kapitel sollen einige grundsätzliche Aspekte für das Processing audio-magnetotellurischer Daten diskutiert werden. An Hand von Auswerte-Beispielen soll anknüpfend an die Überlegungen in den vorangegangenen Kapiteln insbesondere der Unterschied zu den Auswertungen in der längerperiodischen Magnetotellurik erläutert werden. Darüberhinaus sollen auch die Ergebnisse von Auswertungen nach der Methode der Erdmagnetischen Tiefensondierung im Audio-Frequenz-Bereich vorgestellt werden.

Die Hauptdiagonal Elemente des Impedanz-Tensors:

Abb.20a-d zeigt die magnetotellurische Auswertung in der Darstellung nach Kurven des scheinbaren spezifischen Widerstandes ($\varrho_s(T)$) sowie der Phase ($\Phi(T)$) zwischen dem natürlichen erd-elektrischen und erdmagnetischen Feld in Abhängigkeit von der Periode T bzw. der Frequenz f ($= 1/T$) für einen Meßpunkt NIN nahe Mähring in der nördlichen Oberpfalz. Die Abb.20a-d zeigen nacheinander die Kurven für die xx -(Abb.20a), die xy -(Abb.20b), die yx -(Abb.20c) und die yy -(Abb.20d) Komponente des Impedanz-Tensors. (Eine ausführliche Beschreibung der Definition von ϱ_s und Phase findet sich in Kapitel 1).

Abb.20 a-d: ϱ_s und Phasen als Funktion der Periode T für alle Impedanz-Tensor-Elemente am Meßpunkt NIN (Oberpfalz); Auswertung in einzelnen Spektral-Linien; ohne Glättung und selektives Stapeln. Im oberen Teil jeder Teil-Abbildung jeweils die ϱ_s -, im unteren die Phasen-Kurve. Die Frequenz-Linien der Netz-Harmonischen von 16 2/3 Hz, 50 Hz und 150 Hz sind markiert.

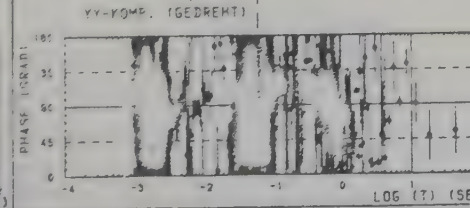
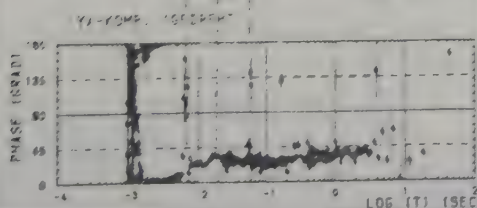
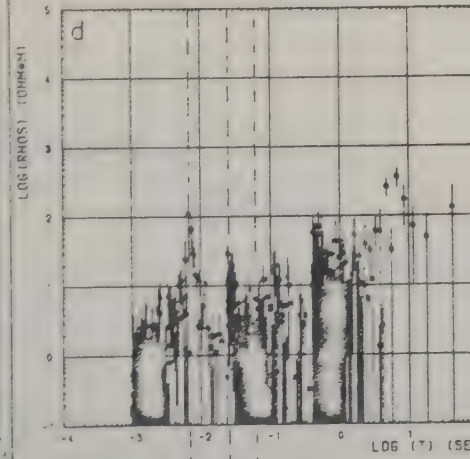
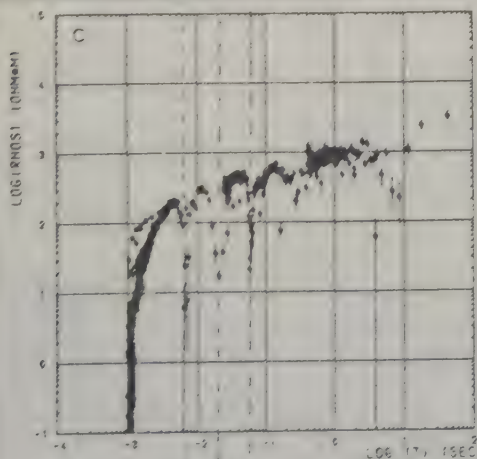
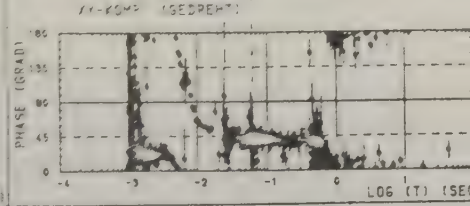
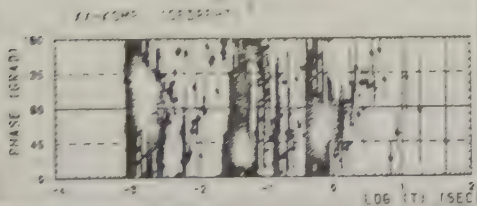
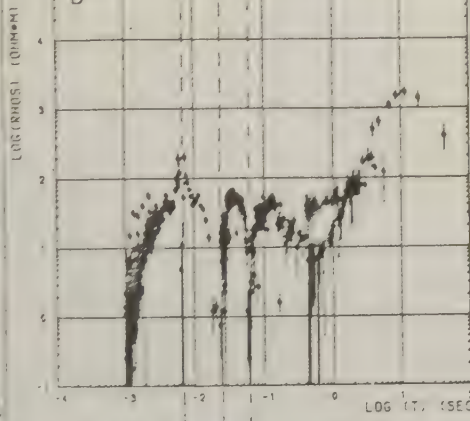
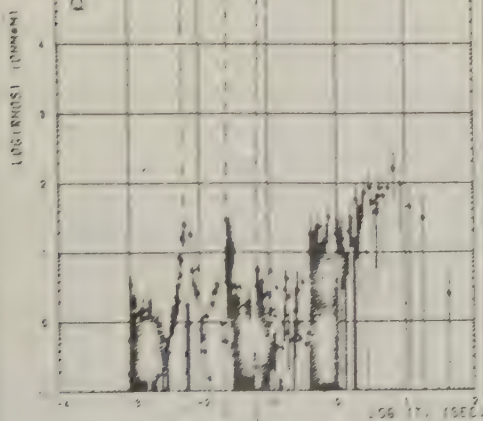
a) xx -Komp., b) xy -Komp., c) yx -Komp. d) yy -Komp.

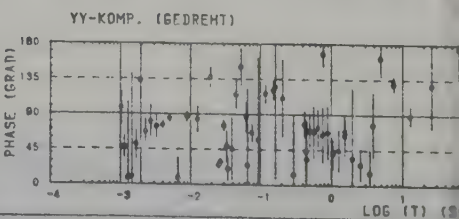
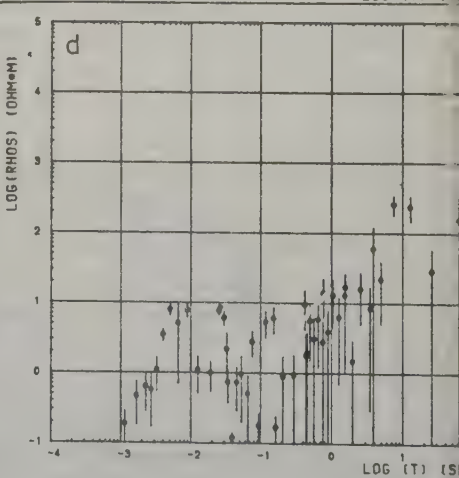
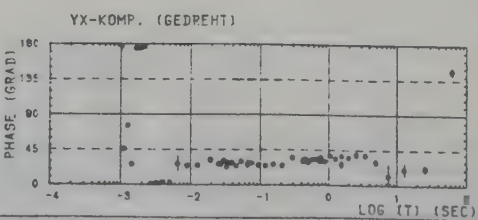
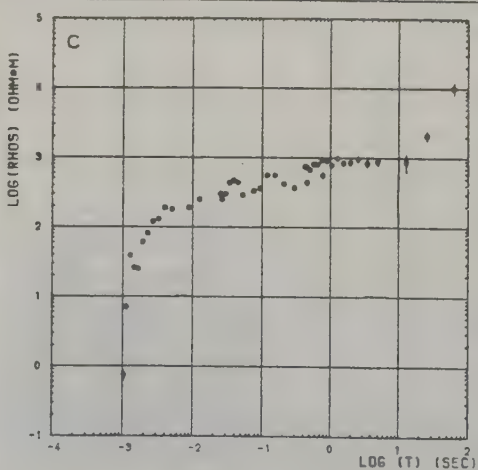
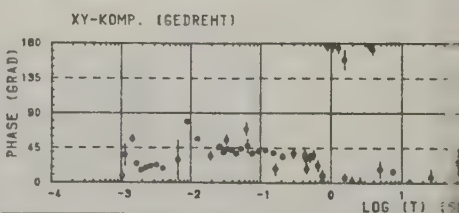
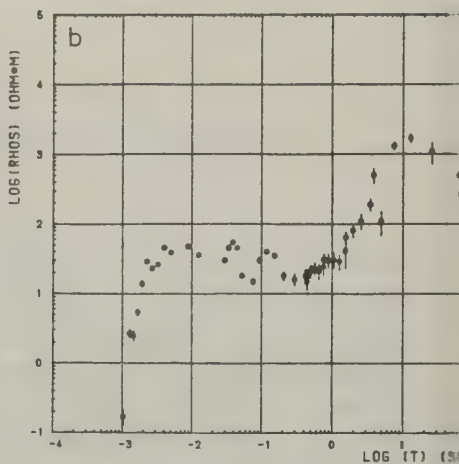
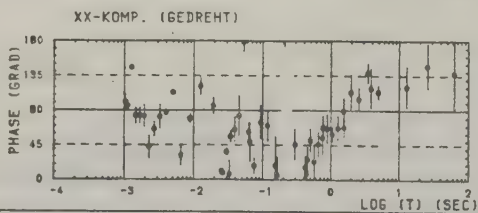
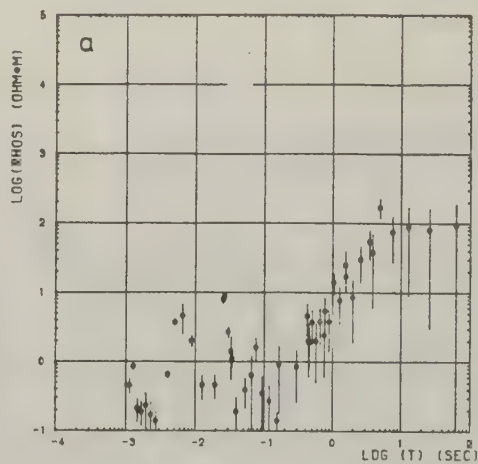
Abb.21 a-d: ϱ_s und Phasen als Funktion der Periode T für alle Impedanz-Tensor-Elemente am Meßpunkt NIN (Oberpfalz); Auswertung nach Glättung und selektivem Stapeln. Im oberen Teil jeder Teil-Abbildung jeweils die ϱ_s -, im unteren die Phasen-Kurve. a) xx -Komp., b) xy -Komp., c) yx -Komp. d) yy -Komp.

Fig. 20

50 Hz $16\frac{2}{3}$ Hz
50 Hz

50 Hz $16\frac{2}{3}$ Hz
50 Hz





Die in Abb.20 gezeigten Kurven sind das Ergebnis einer Datenauswertung in einzelnen Spektral-Linien nach Drehung um den Swift-Winkel (vgl. Kapitel 1) ohne Selektion oder Glättung (vgl. hierzu Kapitel 5). Diese Darstellung wurde gewählt, um Einzel-Effekte deutlich zu machen. Die 16 2/3 Hz-, die 50 Hz- und die 150 Hz-Linie sind markiert. Wie schon im vorangegangenen Kapitel gezeigt, werden im Bereich dieser Linien erhebliche Störungen in allen 4 Komponenten beobachtet. Auch im Frequenz-Bereich zwischen 1 Hz und 0.1 Hz (entsprechend $T = 1\text{ s}$ bis $T = 0.1\text{ s}$) sind die Schätzwerte z.T. nur mit großen Fehlern bestimmt, was auf die schwache Anregungs-Energie in diesem Frequenz-Bereich zurückzuführen ist.

Abb.21 a-d zeigt die Ergebnisse für denselben Meßpunkt nach Glättung und selektiver Stapelung.

Die Voraussetzung für eine Auswertung im optimierten Koordinaten-System, d.h. die Auswertung in einem um den Swift-Winkel gedrehten Koordinaten-System ist die Existenz angenäherter zweidimensionaler Leitfähigkeits-Verhältnisse. Zweidimensionale Leitfähigkeits-Verhältnisse wiederum ergeben im optimierten Koordinaten-System einen nur in der Neben-Diagonalen besetzten Impedanz-Tensor ($Z_{xx}=Z_{yy}=0$; $Z_{xy} \neq 0, Z_{yx} \neq 0$; vgl. Kapitel 1). Wie die Abb.20a und c (bzw. Abb.21a und c) zeigen, ist diese Bedingung insbesondere im Frequenz-Bereich kleiner 1 Hz ($T > 1\text{ s}$) für den betrachteten Meßpunkt nur unzureichend erfüllt. Die berechneten φ_s -Werte der Hauptdiagonal-Elemente sind in diesem Frequenz-Bereich zwar deutlich kleiner als die φ_s -Werte der Nebendiagonal-Elemente, ihr Einfluß ist jedoch bei der Interpretation der Ergebnisse nicht mehr zu vernachlässigen. Die Phasen der Hauptdiagonal-Elemente streuen im Frequenz-Bereich größer 1 Hz erheblich (vgl. Abb.21a und c), was rein numerisch bedingt ist, da die dazugehörigen Beträge sehr klein sind. Im Frequenz-Bereich kleiner 1 Hz (entsprechend $T > 1\text{ s}$) dagegen ergeben sich auch für die Hauptdiagonal-Elemente des Impedanz-Tensors konsistente Phasen-Werte. Eine zweidimensionale Näherung ist somit für den Frequenz-Bereich

kleiner 1 Hz nicht ohne Einschränkung vorzunehmen.

E-Feld-Vorzugsrichtung und Drehwinkel für das optimierte Koordinaten-System:

Die in Kapitel 1 abgeleitete Formel für den Drehwinkel bezüglich des optimierten Koordinaten-Systems (Swift-Winkel) ergibt für den Fall einer exakt zweidimensionalen Leitfähigkeits-Verteilung eine Drehung, die die Koordinaten-Achsen parallel und senkrecht zur Vorzugsrichtung des erdelektrischen Feldes stellt. Auch für den Fall angenähert zweidimensionaler Leitfähigkeits-Verhältnisse ist die Rotation des Koordinaten-Systems um den Swift-Winkel eine sinnvolle Operation, die einen ersten Eindruck der regionalen oder großräumigen Leitfähigkeits-Verteilung liefert. Bei großen Abweichungen hingegen ergibt die Drehung des Koordinaten-Systems um den Swift-Winkel kein unbedingt konsistentes Bild, so daß dafür besser auf den bei BÄHR (1984,1985) abgeleiteten Drehwinkel zurückgegriffen werden sollte, der für den Fall einer großräumigen zweidimensionalen Struktur mit eingelagerten Störkörpern abgeleitet wurde. Die Bestimmung dieses Winkels ist allerdings nur bei Noise-armen Daten, d.h. bei gut bestimmten Phasen, sinnvoll, wie in Kapitel 3 gezeigt wurde. Für audio-magnetotellurische Daten sind diese Voraussetzungen, wie auch das Beispiel der Auswertung von Abb.20 und 21 zeigt, oft nicht erfüllt. Die Phasen der Hauptdiagonal-Elemente streuen zu stark.

Für die Auswertung der audio-magnetotellurischen Daten wurde deshalb meist der unkritischer bestimmbare Swift-Winkel zur Optimierung des Koordinaten-Systems benutzt. Es ist dabei dann allerdings zu untersuchen, inwieweit die aus den Registrierungen der Komponenten des erdelektrischen Feldes ableitbare Vorzugsrichtung mit dem Drehwinkel, der aus den Registrierungen von erdelektrischen und erdmagnetischen Feldkomponenten bestimmt wird, konsistent ist.

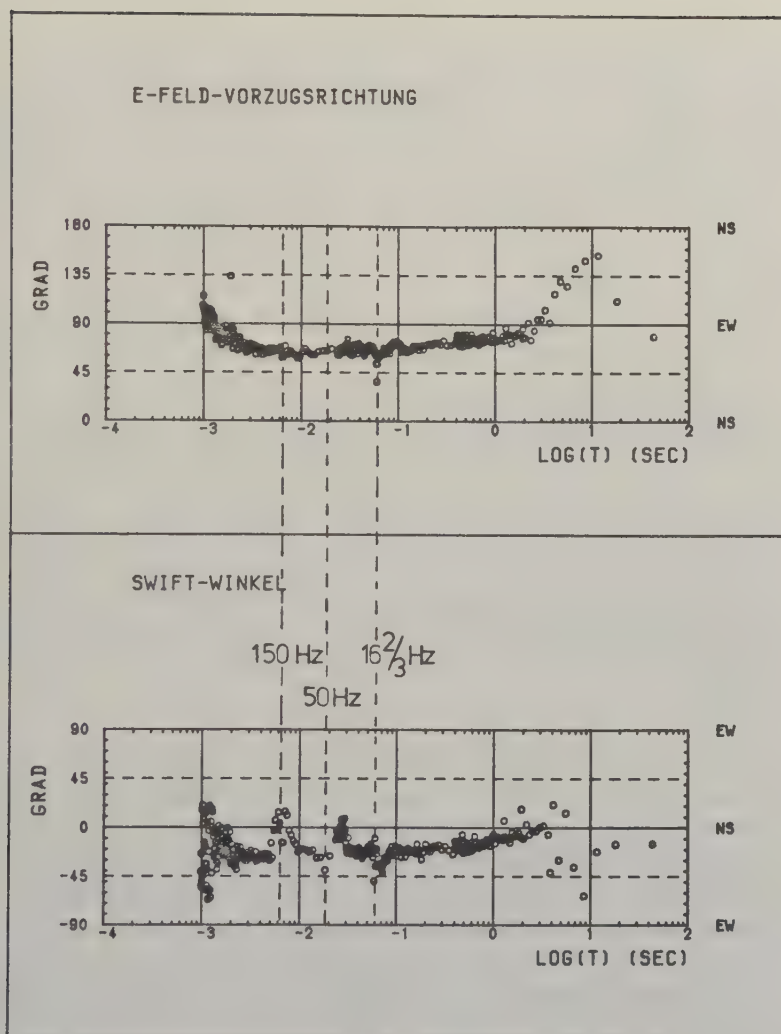


Abb.22: E-Feld-Vorzugsrichtungen und Swift-Winkel als Funktion der Periode T (bzw. der Frequenz f) für den Meßpunkt NIN (Oberpfalz). Die den Winkeln (Skala linke Seite) zuordenbaren Himmels-Richtungen sind auf der rechten Seite angegeben. Die Linien der Netz-Harmonischen $16\frac{2}{3}$ Hz, 50 Hz und 150 Hz sind markiert.

Abb. 22 zeigt für den in Abb.20 und 21 vorgestellten Meßort die E-Feld-Vorzugsrichtung sowie den Swift-Winkel als Funktion der Periode T (bzw. der Frequenz f) im Meß-Koordinaten-System. Man beobachtet in großen Teilen des Spektrums eine erstaunliche Übereinstimmung, so daß der Swift-Winkel für den Frequenz-Bereich zwischen $f = 10$ Hz und $f = 0.33$ Hz (entspr. $T = 0.1$ s und $T = 3$ s) eine sinnvolle Drehung des Koordinaten-Systems bewirkt. Im Bereich der Netz-Grundfrequenzen ($16 \frac{2}{3}$ Hz und 50 Hz) sowie der ungeraden Harmonischen (150 Hz) sind Abweichungen zwischen E-Feld-Vorzugsrichtung und Swift-Winkel erkennbar. Diese Abweichungen deuten darauf hin, daß man sich noch im Nahfeld, also im inhomogenen Bereich der künstlichen Quelle befindet. Die Störströme fließen parallel zur geologisch vorbestimmten Vorzugsrichtung. Die dazu korrelierten Magnetfelder unterliegen solchen geometrischen Zwängen nicht. Dem natürlichen, in erster Näherung homogenen Feld überlagern sich inhomogene Anteile. Eine Ausrichtung des Koordinaten-Systems parallel und senkrecht zur E-Feld-Vorzugsrichtung kann durch Drehung um den Swift-Winkel in diesen Fällen nicht erreicht werden.

Diesen Störungs-bedingten Abweichungen stehen strukturell verursachte Abweichungen gegenüber. Das Beispiel der Abb.22 zeigt im Bereich $f < 0.33$ Hz ($T > 3$ s) eine Drehung der E-Feld-Vorzugsrichtung um ca. 90° . Eine derartige Drehung der Vorzugsrichtung muß strukturell bedingt sein. Offensichtlich bestimmen ein oder mehrere Störkörper die Drehung der Vorzugsrichtung für größere Tiefen. Auch die Ergebnisse der magneto-tellurischen Auswertungen (Abb.20 und 21) lassen diesen Schluß zu. Für Frequenzen kleiner 0.33 Hz ($T = 3$ s) werden ansteigende ρ_{xx} - und ρ_{yy} -Werte beobachtet. Die daraus bestimmbaren Drehwinkel für diesen Frequenzbereich sind, wie Abb.22 zeigt, nicht mehr mit vorhandenen Vorzugsrichtungen des erdelektrischen Feldes korrelierbar. Die Leitfähigkeits-Verteilung ist nicht ohne Einschränkung durch ein- oder zweidimensionale Modelle anzunähern.

Die Konsistenz von E-Feld-Vorzugsrichtung und Swift-Winkel als Drehwinkel für das Koordinaten-System ist eine wesentliche Voraussetzung für eine mögliche zweidimensionale Interpretation der Meßergebnisse. Es lassen sich damit unter Umständen auch strukturelle von Störungs-bedingten Verzerrungen des Impedanz-Tensors einfach unterscheiden.

Tellurische Vektoren:

Die in Abb.21 und Abb.22 gegebenen Darstellungen der Ergebnisse der magnetotellurischen Auswertung sind in ihrer Komplexität in einer einzigen Darstellung zu vereinen. Die von SCHMUCKER und WIENS (1980) vorgeschlagene Darstellung der magnetotellurischen Ergebnisse in Form der tellurischen Vektoren ermöglicht einen Überblick über alle Elemente des Impedanz-Tensors und die Geometrie der Leitfähigkeits-Verteilung. Eine ausführliche Beschreibung der Bedeutung und Interpretation der tellurischen Vektoren findet sich in Kapitel 1. Die mit Gleichung (1.7) definierten tellurischen Vektoren sind in Abb.23 für den Meßort NIN zusammengestellt, dessen Ergebnisse schon die Abb.20,21 und 22 zeigen.

Die tellurischen Real- und Imaginär-Vektoren $\vec{E}_x$ zeigen im Frequenz-Bereich zwischen 100 Hz und 1 Hz ($T = 0.01$ s und $T = 1$ s) in Richtung WNW, also in Vorzugsrichtung des erdelektrischen Feldes. Die Länge der Real- und Imaginär-Vektoren $\vec{E}_x$ ist in diesem Frequenz-Bereich größer als die Länge der Vektoren $\vec{E}_y$, was die Erklärung für die analysierte Vorzugsrichtung erbringt. Die Drehung der E-Feld-Vorzugsrichtung bei Frequenzen kleiner 0.33 Hz ($T > 3$ s) zeigt sich auch im Bild der tellurischen Vektoren. Für diesen Frequenz-Bereich sind die Real- und Imaginär-Vektoren $\vec{E}_y$ länger als die entsprechenden Vektoren $\vec{E}_x$. Damit verbunden wird eine Drehung der Richtung der Real-Vektoren $\vec{E}_y$ auf NNE beobachtet.

Für eine ideal zweidimensionale Struktur müßte die Richtung der zueinander gehörigen Real- und Imaginär-Vektoren identisch

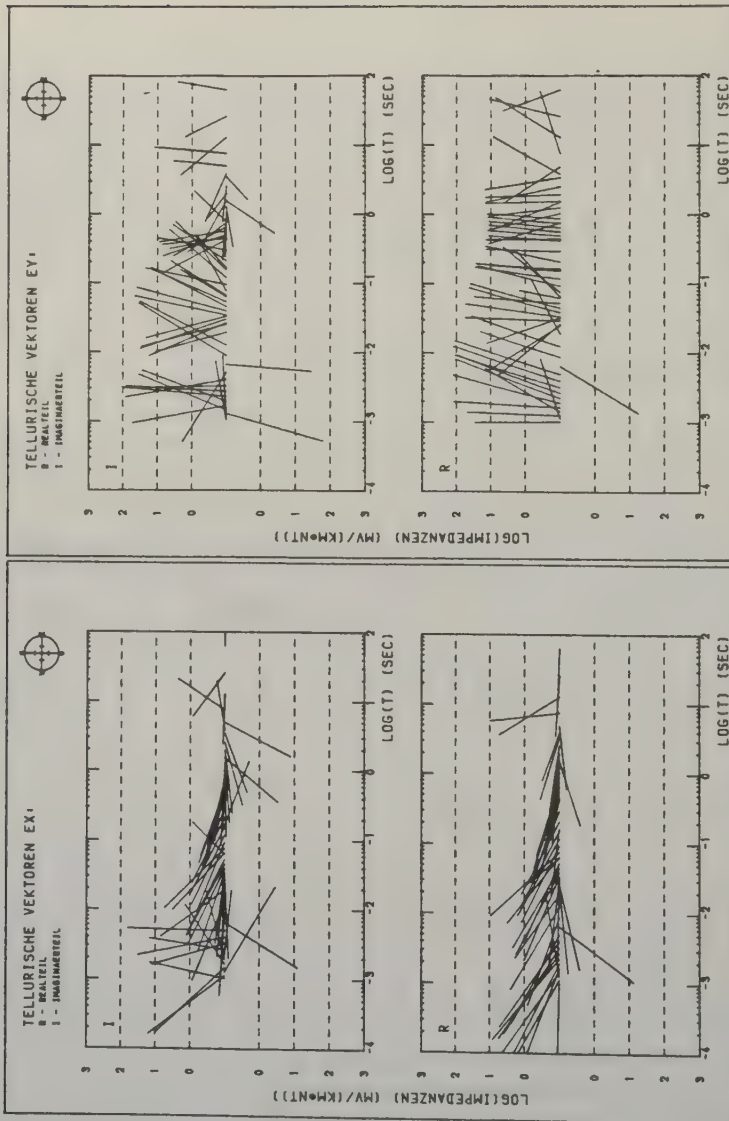


Abb.23: Tellurische Vektoren $\vec{E}_x$ und $\vec{E}_y$ in Abhängigkeit von der Periode T für den Meßpunkt NIN (Oberpfalz). Im oberen Teil sind jeweils die Imaginär-, im unteren Teil die Real-Vektoren dargestellt. Richtung N ist oben, Richtung E ist rechts. Der Länge-Maßstab ist logarithmisch und links angegeben.

sein, die Vektoren $\vec{e}_x$ und $\vec{e}_y$ müßten senkrecht aufeinander stehen. Für die Ergebnisse der Abb.23 ist diese Forderung nicht erfüllt. Lediglich im Frequenz-Bereich $f = 100 \text{ Hz}$ bis $f = 1 \text{ Hz}$ stehen die Vektoren $\vec{e}_x$ und $\vec{e}_y$ angenähert senkrecht aufeinander. Die Abweichungen der Richtungen von Real- und Imaginär-Vektoren in diesem Bereich ist offensichtlich Störungsbedingt und entspricht der Diskrepanz zwischen berechenbarem Drehwinkel und bestimmter E-Feld-Vorzugsrichtung im Bereich der Netz-Frequenzen.

Für den Frequenz-Bereich kleiner 0.33 Hz sind die Einflüsse der Hauptdiagonal-Elemente des Impedanz-Tensors erheblich, so daß sich für diesen Bereich keine eindeutige Korrelation zwischen dem Swift-Winkel und der Vorzugsrichtung des erdelektrischen Feldes mehr ergibt.

Induktions-Pfeile:

Eine bisher im Rahmen dieser Arbeit weitgehend außer acht gelassene Ergänzung magnetotellurischer Ergebnisse ist die Auswertung nach der Methode der erdmagnetischen Tiefensondierung, also die Bestimmung der Übertragungsfunktionen zwischen der erdmagnetischen Vertikal- und erdmagnetischen Horizontal-Komponente. Für den Audio-Frequenz-Bereich ist diese Art der Auswertung, obwohl in der längerperiodischen Magnetotellurik Ausgangspunkt aller anderen Auswertungen, kein Standard-Verfahren. Der Grund dafür liegt vor allem in der Schwierigkeit der Registrierung der für dieses Verfahren benötigten zeitlichen Variationen der erdmagnetischen Vertikal-Komponente. Wie schon in Kapitel 1 und 4 ausgeführt bedingen hauptsächlich mechanische Störungen bei gleichzeitig sehr kleiner natürlicher Anregungs-Energie das ungünstige Signal/ Noise-Verhältnis in dieser Komponente. Im Rahmen dieser Arbeit wurde jedoch auch die Möglichkeiten des Verfahrens der Erdmagnetischen Tiefensondierung (ETS) als Ergänzung zu audio-magnetotellurischen Ergebnissen untersucht.

Der Vorteil der ETS-Auswertung wird eigentlich erst bei der Registrierung von Profilen deutlich, da die Existenz des Induktions-Pfeiles an laterale Leitfähigkeits-Grenzen gebunden ist. Das Ergebnis der ETS läßt dann im Gegensatz zur Magnetotellurik Schlüsse auf die Gradienten der Leitfähigkeit zu. Das ETS-Ergebnis für einen Meßort ist somit zunächst ohne Bedeutung. Lediglich für den Fall, daß keine Amplituden der Übertragungs-Funktionen beobachtet werden, ist eine Interpretation zu geben: Die Leitfähigkeits-Verhältnisse sind für den betrachteten Induktionsraum, also dem entsprechenden Frequenz-Bereich, eindimensional zu modellieren.

Abb.24 zeigt die Auswertung nach der Methode der ETS für den schon besprochenen Meßpunkt NIN. Dargestellt sind die Ergebnisse der nach Gleichung (1.1c) bestimmten Übertragungs-Funktionen T_x und T_y in Betrag und Phase sowie die in Gleichung (1.9) definierten Induktions-Pfeile nach Glättung und selektivem Stapeln. Das dabei durchgeführte Processing geschieht analog dem für den magnetotellurischen Fall beschriebenen. Eine Ausrichtung des Koordinaten-Systems ist nicht erforderlich.

Für den Meßpunkt NIN beobachtet man im Frequenz-Bereich von $f = 1$ kHz bis $f = 0.33$ Hz sehr kleine Induktions-Pfeile. Da die Amplituden nahe Null sind, ist auch eine Phasen-Bestimmung wenig sinnvoll. Die beobachteten Phasen-Werte streuen stark. Erst im Frequenzbereich kleiner 0.33 Hz wird der Radius des Induktions-Raums genügend groß, um laterale Leitfähigkeits-Grenzen in der Darstellung der Induktions-Pfeile sichtbar werden zu lassen. Die beobachteten Amplituden der Übertragungs-Funktionen werden größer 0.1. Ob dieses Phänomen auf lokale Störkörper oder auf eine regionale Leitfähigkeits-Grenze zurückzuführen ist, läßt sich an Hand der Ergebnisse eines Meßpunktes nicht bestimmen.

Festzuhalten bleibt, daß die Ergebnisse der Erdmagnetischen Tiefensondierung weit weniger durch vagabundierende technische Störströme beeinflusst sind als die Ergebnisse der Magnetotellurik. Die für die Magnetotellurik typischen Störungen in den

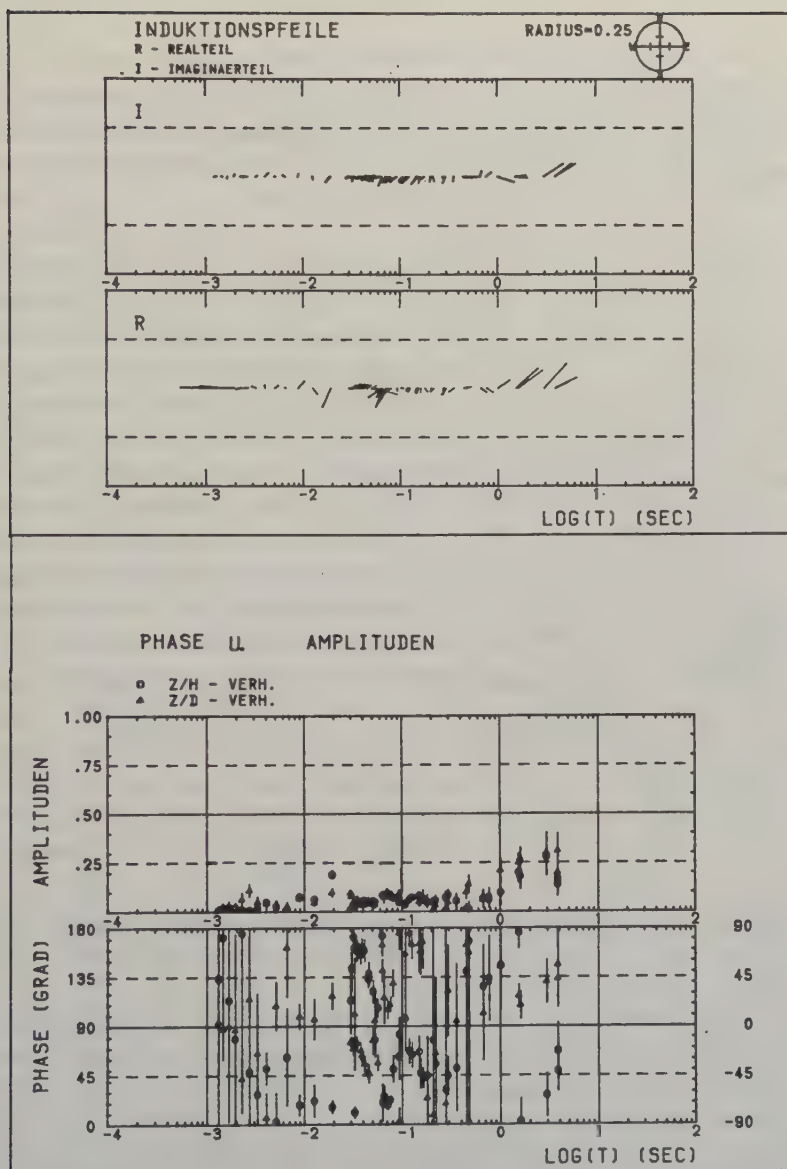


Abb.24: Ergebnisse der Auswertung nach der Methode der Erdmagnetischen Tiefensondierung in Abhängigkeit von der Periode T für den Meßpunkt NIN (Oberpfalz). Die Darstellung der Induktions-Pfeile im oberen Bildteil: oben: Imaginär-Pfeile, unten: Real-Pfeile; Richtung N nach oben; Richtung E nach rechts. Der Radius der oben rechts gezeichneten Windrose entspricht der Amplitude 0.25. Die gestrichelt eingezeichnete Linie entspricht der Amplitude 0.5. Die Darstellung nach Betrag und Phase im unteren Bildteil: Dargestellt sind jeweils die $H_z/H_x = T_x$ - und die $H_z/H_y = T_y$ - Übertragungsfunktion.

Linien der Netz-Grundfrequenzen (vgl. Abb.20) werden bei der ETS nicht beobachtet. Erklärungen dafür sind die meist sehr schwachen Stromdichten der Störströme, die zwar bei schlechter Leitfähigkeit große Amplituden im erdelektrischen Feld nicht aber im erdmagnetischen Feld bewirken.

Um die Bedeutung der Induktions-Pfeile für den Bereich der Audio-Frequenzen zu unterstreichen, soll noch ein weiteres Auswerte-Beispiel gezeigt werden. Die Ergebnisse der ETS-Auswertung für den Meßort ALE am SE-Rand des Nördlinger Ries sind in Abb. 25 dargestellt. Für diesen Meßort werden große Amplituden bis zu 0.5 für die Real- und Imaginär-Pfeile beobachtet, was auf eine ausgeprägte laterale Leitfähigkeits-Grenze im S des Meßpunktes hindeutet. (Zur Erinnerung aus Kapitel 1: Die Induktions-Pfeile sind so definiert, daß sie in Richtung auf das Gebiet mit der geringeren Leitfähigkeit hinzeigen.) Für den hochfrequenten Bereich werden durchweg sehr kleine Amplituden der Tipper-Komponenten beobachtet.

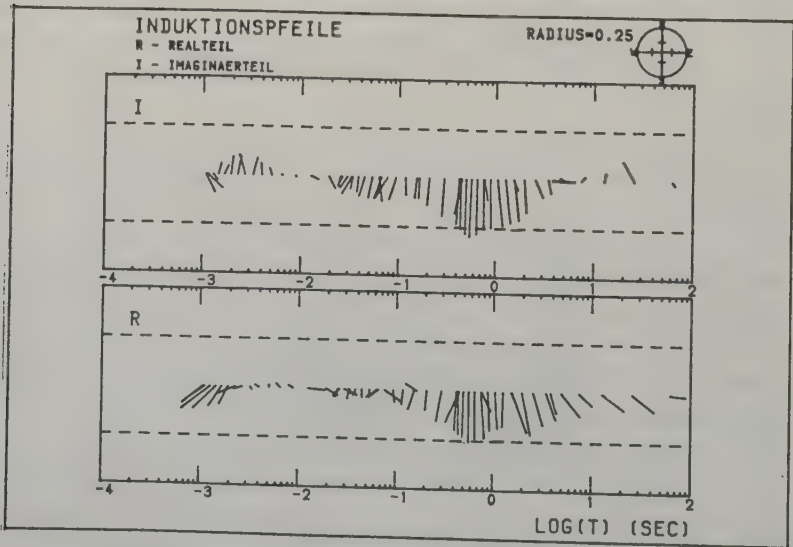


Abb.25: Induktions-Pfeile in Abhängigkeit von der Periode T für den Meßpunkt ALE (Nördlinger Ries).
oben: Imaginär-Pfeile, unten: Real-Pfeile; Richtung N nach oben; Richtung E nach rechts. Der Radius der oben rechts gezeichneten Windrose entspricht der Amplitude 0.25. Die gestrichelt eingezeichnete Linie entspricht der Amplitude 0.5.

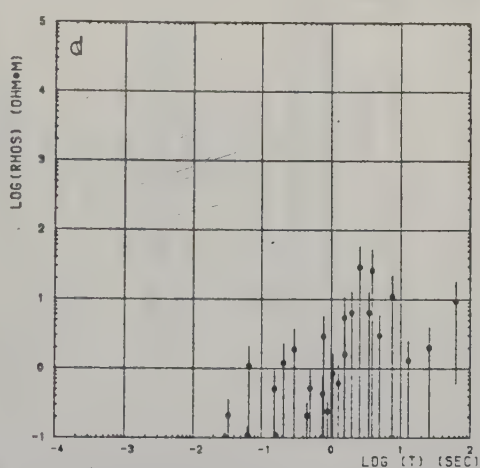
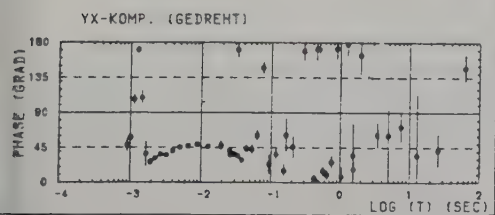
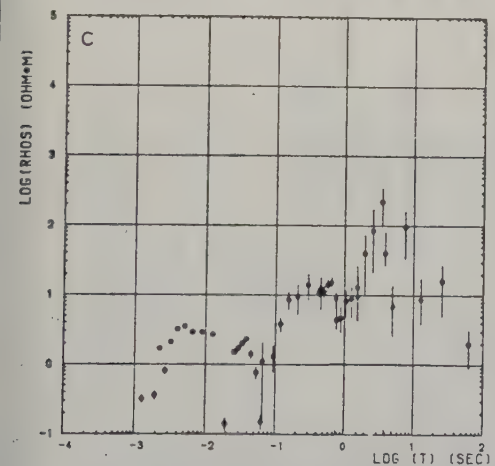
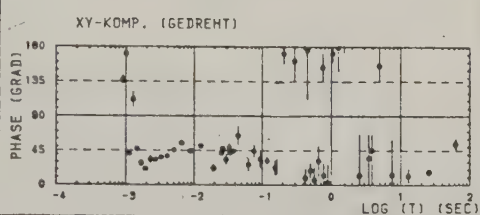
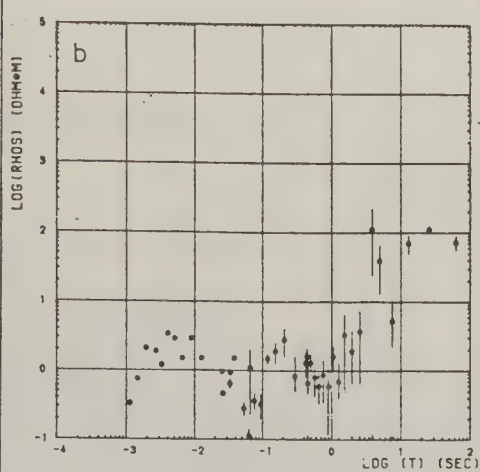
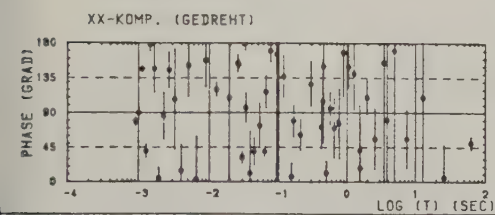
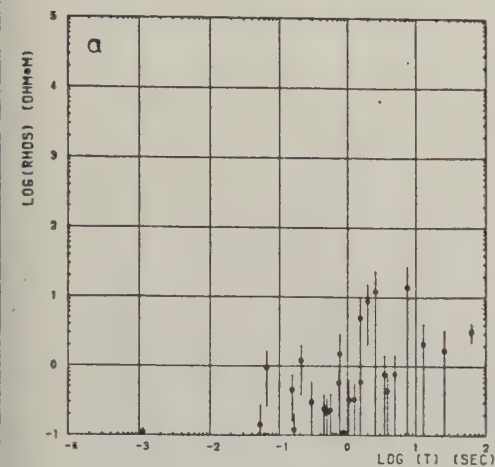
Im Krater-Innenbereich des Nördlinger Ries findet man über einem schlecht leitenden Untergrund kristalliner Gesteine eine sehr gut leitfähige Deckschicht limnischer Sedimente. Diese See-Tone erreichen eine maximale Mächtigkeit von 300 m und keilen zu den Rändern hin aus. Trotz dieser nur geringen Mächtigkeit wird das schlechter leitende Grundgebirge auf Grund der hohen Leitfähigkeit erst für niedrige Frequenzen in den Ergebnissen der Erdmagnetischen Tiefensondierung und der Magnetotellurik sichtbar. Dieselbe Überlegung gilt auch für laterale Grenzen. Für den betrachteten Meßort ist eine solche nahe laterale Leitfähigkeits-Grenze der nahe im Süden des Meßortes verlaufende Krater-Rand, wo die gutleitfähigen Ton-Sedimente auskeilen. Dieser nahe Rand (Entfernung ca. 1 km) wird in den Ergebnissen der ETS in Form der nach S gerichteten Induktions-Pfeile für Frequenzen kleiner 10 Hz ($T = 0.1$ s) sichtbar. Die Richtung von Real- und Imaginär-Pfeilen ist dabei nahezu identisch. Für die Entdeckung solcher ausgeprägter Leitfähigkeits-Grenzen eignet sich die Methode der ETS sehr gut. Die magnetotellurischen Ergebnisse lassen für den betrachteten Meßort den Schluß auf eine im S verlaufende Leitfähigkeits-Grenze nicht eindeutig zu. Das verdeutlichen die Abb.26 a-d, 27 und 28, die die entsprechenden Auswertungen zeigen.

Die ρ_s -Werte der xy-(Abb.26 b) und der yx-(Abb.26 c) Komponenten liegen im Frequenz-Bereich 1 kHz bis ca. 10 Hz bei weniger als 3 Ω m, was ein repräsentativer Wert für die spezifischen Gesteins-Widerstände der Sedimente ist. Der Anstieg beider Kurven im Frequenz-Bereich kleiner 10 Hz ist bedingt durch die den Ton-Sedimenten unterlagernden schlecht-leitfähigen Kristallin-Gesteine. Mit dem Anstieg der Kurven bei ca. 10 Hz läßt sich die Mächtigkeit der Sedimente grob zu ca. 200 m abschätzen. Der Verlauf der beiden Kurven ist in diesem Frequenz-Bereich gleich, die Hauptdiagonal-Komponenten des Tensors (Abb.26a und d) verschwinden, und es existiert keine E-Feld-Vorzugsrichtung (Abb.27), so daß in diesem Frequenz-Bereich eine eindimensionale Interpretation gerechtfertigt ist.

Erst für den Bereich $f < 10 \text{ Hz}$ ($T > 0.1 \text{ s}$) werden andere Leitfähigkeits-Strukturen wirksam. In diesem Frequenz-Bereich wird eine angenäherte EW-Vorzugsrichtung des erdelektrischen Feldes beobachtet, und die ρ_s -Werte der xx -(Abb.26 a) und der yy -(Abb.26 d) Komponente erreichen höhere Werte. Es ergeben sich jedoch keine konsistenten Drehwinkel zur Optimierung des Koordinaten-Systems. Durch die unterlagernden schlecht-leitfähigen Kristallin-Gesteine und die im Süden existierende Leitfähigkeits-Grenze ist eine streng zweidimensionale Auswertung nicht mehr möglich. Dreidimensionale Effekte überwiegen. Es ergeben sich inkonsistente Drehwinkel, so daß auch die tellurischen Vektoren, für die ein einheitlicher Drehwinkel vorausgesetzt wird, keine Information erbringen.

Zur Interpretation der magnetotellurischen Ergebnisse für den betrachteten Meßpunkt sind somit die Ergebnisse der Erdmagnetischen Tiefensondierung unabdingbar.

Abb.26 a-d: ρ_s und Phasen als Funktion der Periode T für alle Impedanz-Tensor-Elemente am Meßpunkt ALE (Nördlinger Ries) Auswertung nach Glättung und selektivem Stapeln. Im oberen Teil jeder Teil-Abbildung jeweils die ρ_s -, im unteren die Phasen-Kurve. a) xx -Komp., b) xy -Komp., c) yx -Komp. d) yy -Komp.



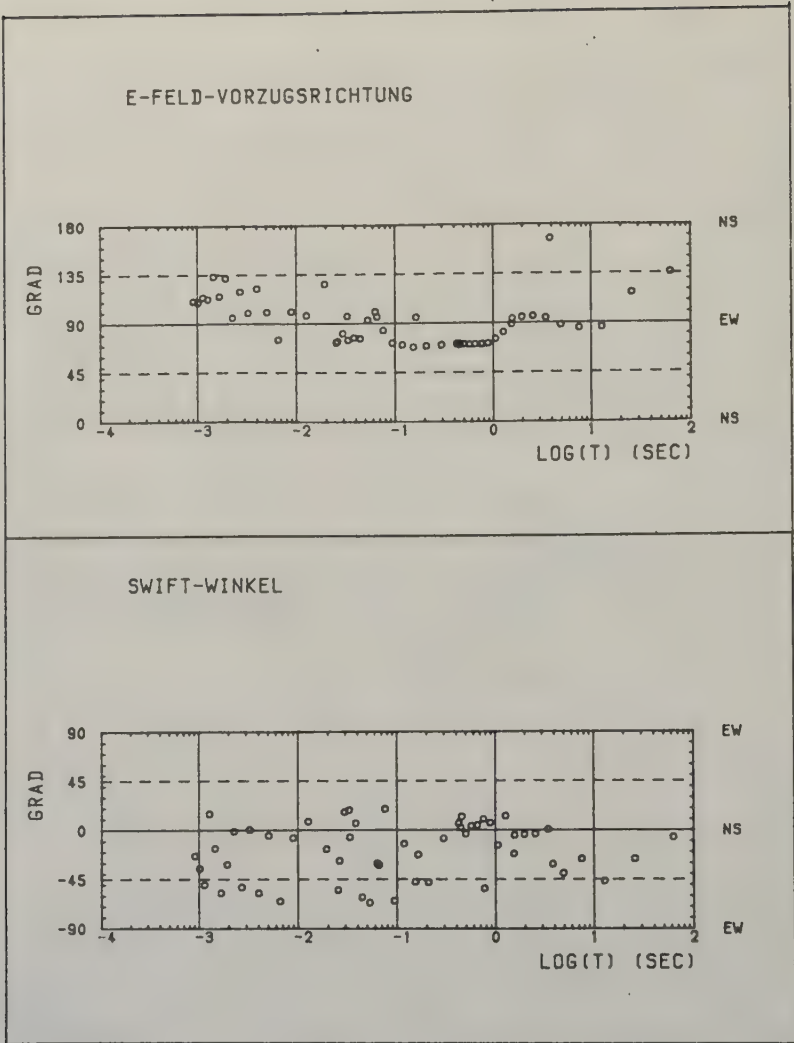


Abb.27: E-Feld-Vorzugsrichtungen und Swift-Winkel als Funktion der Periode T (bzw. der Frequenz f) für den Meßpunkt ALE (Nördlinger Ries). Die den Winkeln links zugeordneten Himmels-Richtungen sind auf der rechten Seite angegeben. Die Linien der Netz-Harmonischen $16 \frac{2}{3}$ Hz, 50 Hz und 150 Hz sind markiert.

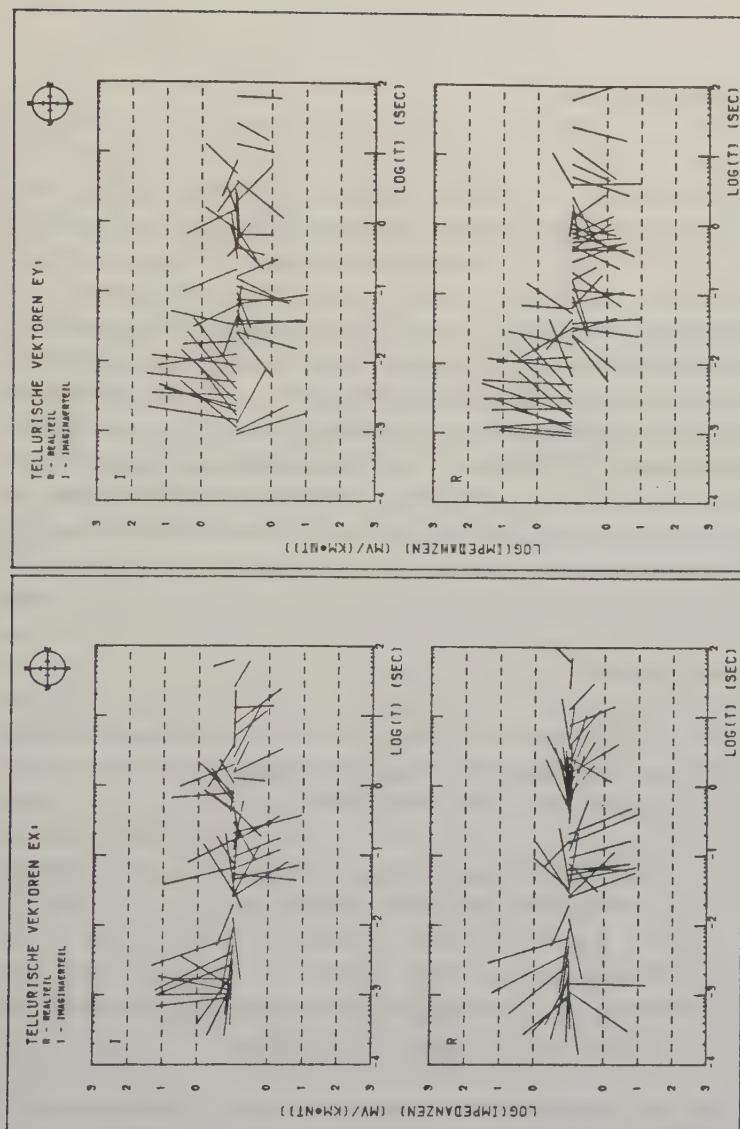


Abb.28: Tellurische Vektoren $\vec{E}_x$ und $\vec{E}_y$ in Abhängigkeit von der Periode T für den Meßpunkt ALE (Nördlinger Ries). Im oberen Teil sind jeweils die Imaginär-, im unteren Teil die Real-Vektoren dargestellt. Richtung N nach oben, Richtung E nach rechts. Der Länge-Maßstab ist logarithmisch und links angegeben.

Zusammenfassung:

Das Prospektions-Verfahren der Passiven Audio-Magnetotellurik erlangte in den letzten Jahren zunehmend an Bedeutung. Die Verarbeitung und Interpretation audio-magnetotellurischer Daten orientierte sich dabei stets an den für die längerperiodische Magnetotellurik entwickelten Processing-Methoden und Interpretations-Verfahren. In dieser Arbeit wurde gezeigt, daß die für diese Auswerte-Methoden gemachten Voraussetzungen bezüglich der Daten-Qualität für audio-magnetotellurische Daten nur unzureichend erfüllt sind. Darüberhinaus ergab sich, daß auch die in der längerperiodischen Magnetotellurik übliche Interpretation der Ergebnisse mit ein- oder zweidimensionalen Leitfähigkeits-Modellen für den Bereich der Audio-Magnetotellurik meist unzutreffend ist.

Ziele dieser Arbeit waren deshalb:

1. Die Untersuchung der Spektren der registrierten Zeitreihen des erdelektrischen und erdmagnetischen Feldes auf systematische Störeinflüsse.
2. Die Klassifizierung und Eliminierung der Störeinflüsse vor der eigentlichen Datenverarbeitung
3. Die Festlegung von Kriterien zur Daten-Güte, die eine Selektion der Daten mittels Rechnern bereits während des Aufzeichnungs-Vorgangs ermöglichen.
4. Die Entwicklung eines Auswerte-Vorgangs, der weitgehend automatisiert ablaufen kann.
5. Die weitergehende Darstellung und Interpretation magnetotellurischer Ergebnisse unter Hinzunahme der Ergebnisse von Auswertungen nach der Methode der Erdmagnetischen Tiefensondierung im Audio-Frequenzbereich.

Es wurde zunächst untersucht, wie die statistischen und systematischen Störeinflüsse in die Berechnung der Übertragungsfunktionen (des Impedanz-Tensors und des Tipper-Vektors) eingehen. Aus der Kenntnis der die Fehler beeinflussenden Größen und der spektralen Charakteristik der Signale wurden dann Kriterien zur Daten-Selektion geschaffen.

In einem ersten Schritt wurde deshalb der statistische Fehler der Übertragungsfunktionen für den bivariaten Ansatz des magnetotellurischen Gleichungs-Systems näher betrachtet, und die bei verschiedenen Autoren gefundenen Fehler-Rechnungen verglichen. Die betrachteten Fehler-Berechnungen verschiedener Autoren unterscheiden sich in einem statistischen Faktor. Die Unterschiede der verschiedenen statistischen Faktoren sind nur für große Freiheitsgrade (d.h. bei einer großen Zahl von Messungen) zu vernachlässigen. Die in der Audio-Magnetotellurik gewählten Freiheitsgrade lassen jedoch die Näherung für große Freiheitsgrade oft nicht zu. Für kleine Freiheitsgrade ist die verbindliche Festlegung des Statistik-Faktors unumgänglich, da sonst die statistischen Meßfehler nicht vergleichbar sind. Das in den statistischen Fehler magnetotellurischer Übertragungsfunktionen eingehende Verhältnis zwischen multipler Kohärenz (zwischen einer der Komponenten des erdelektrischen Feldes und den Horizontal-Komponenten des erdmagnetischen Feldes) und einfacher Magnetfeld-Kohärenz (zwischen den Horizontal-Komponenten des erdmagnetischen Feldes) bestimmt die Güte audio-magnetotellurischer Daten. Dieses einfach berechenbare Kohärenz-Verhältnis kann somit in ein Daten-Selektions-Kriterium eingebracht werden.

Zur Untersuchung systematischer Verzerrungen auf Grund dreidimensionaler Leitfähigkeits-Strukturen im Untergrund wurden verschiedene tellurische Entzerrungsverfahren diskutiert. Da diese Verfahren nur unter der Voraussetzung weitgehend fehlerfrei (frei von statistischen wie auch systematischen Fehlern) bestimmter Schätzwerte der Übertragungsfunktionen sinnvoll angewendet werden können, wurde ein bei PEDERSEN angegebenes

Verfahren zur Abschätzung des maximal möglichen Bias-Errors, also des durch systematische Störquellen verursachten Fehlers, angewandt. Die damit berechenbaren Stör-Koeffizienten wurden mit den Verzerrungs-Koeffizienten verglichen. Es zeigte sich, daß die berechenbaren Verzerrungs-Koeffizienten ihrerseits stark systematisch beeinflußt sein können, so daß ihre Bestimmung für audio-magnetotellurische Daten meist unsinnig wird. Wie das verwendete Daten-Material zeigt, ist der verzerrende Einfluß systematischer Störeffekte im Audio-Frequenz-Bereich meist größer als der strukturell bedingte Einfluß. Es ist für den Fall audio-magnetotellurischer Anwendungen sinnvoller, eine Abschätzung des maximal möglichen Bias-Errors anzugeben, in die dann auch der verzerrende Einfluß von Störkörpern einfließt. In diese Abschätzung der Stör-Koeffizienten geht derselbe Kohärenz-Quotient ein, der auch die Größe des statistischen Fehlers beeinflußt.

Die Spektren der registrierten zeitlichen Variationen des natürlichen erdelektrischen und erdmagnetischen Feldes im Audio-Frequenz-Bereich (von 1 kHz bis 0.05 Hz) wurden für mehrere Meßgebiete in Deutschland untersucht. Die natürlich bedingten Variationen der Felder unterliegen im betrachteten Frequenz-Bereich großen Dynamik-Schwankungen, was z.T. hohe Anforderungen an die zur Registrierung und Verstärkung der Daten eingesetzten elektronischen Bauteile stellt. Insbesondere der Frequenz-Bereich zwischen 0.1 Hz und 1 Hz zeichnet sich durch extrem niedrige Amplituden aus und erweist sich dadurch als besonders empfindlich gegenüber mechanischen Störungen wie z.B. Wind. Man beobachtet darüberhinaus eine Vielzahl elektromagnetischer und mechanischer Stör-Effekte, die jedoch meist, soweit es sich nicht um Netz-Harmonische von 50 Hz handelt, durch geeignete Hardware-Konfigurationen (z.B. durch den Einbau geeigneter Filter) oder Vorkehrungen bei der Registrierung eliminiert werden können. Der verzerrende Einfluß der Netz-Harmonischen ist nur unzureichend auszuschalten. Die beobachteten Kohärenzen zwischen den verschiedenen Feld-Komponenten im Frequenz-Bereich der Netz-Harmonischen sind sehr groß, so

daß einfache Kohärenz-Kriterien zur Daten-Selektion versagen.

Im folgenden wurden die Auswerte-Verfahren für die Daten untersucht, wobei sich die Möglichkeit einer Auswertung in einzelnen Frequenz-Linien für die Audio-Magnetotellurik als sehr zweckmäßig erwies.

Ausgehend von den Ergebnissen der spektralen Untersuchungen wurden Kohärenz-Kriterien zur Daten-Selektion, wie sie in der längerperiodischen Magnetotellurik üblich sind, auf ihre Brauchbarkeit hinsichtlich audio-magnetotellurischer Daten überprüft. Als effektivste Größe zur Festlegung der Datengüte erwies sich das die statistischen und systematischen Fehler beeinflussende (und schon weiter oben erwähnte Kohärenz-Verhältnis aus multipler Kohärenz und der einfachen Kohärenz. Zur Klassifizierung einzelner Intervalle (Zeitreihen) erwies sich die spektrale Varianz der einfachen Impedanzen (der Quotient der jeweils zu einer Frequenz gehörigen Fourierkoeffizienten E_X und H_Y (bzw. E_Y und H_X)) als effektiv. Mit der spektralen Varianz ist ein einfach berechenbarer Wert zur Klassifizierung von Intervallen gewonnen, was insbesondere bei Registrierungen im Gelände von großer Bedeutung ist. Die Entscheidung über die Aufzeichnung registrierter Intervalle wird damit schnell und unkompliziert.

Die für die längerperiodische Magnetotellurik übliche Beschränkung der Auswertung auf nur zwei Komponenten (parallel und senkrecht zur Vorzugsrichtung des erdelektrischen Feldes), die die Existenz angenähert zweidimensionaler Leitfähigkeits-Verhältnisse (ausgedehnte Leitfähigkeits-Grenze oder ausgeprägte geologische Streichrichtung) voraussetzt, ist für den Bereich der Audio-Frequenzen meist nicht mehr möglich. Oberflächennahe Störkörper, deren Dimensionen die der betrachteten Induktions-Räume erlangen, verzerren das erdelektrische Feld stark und bewirken so große Werte für die Schiefe (Skewness) des Impedanz-Tensors (nicht verschwindende Hauptdiagonalelemente). Die von SCHMUCKER und WIENS vorgeschlagene Darstellung der magnetotellurischen Ergebnisse in Form der telluri-

schen Vektoren erweist sich deshalb für die Audio-Magnetotellurik als zweckmäßig. Bei dieser Darstellung werden alle Elemente des Impedanz-Tensors berücksichtigt.

Es wurden zusätzlich Auswertungen nach der Methode der Erdmagnetischen Tiefensondierung im Audio-Frequenz-Bereich durchgeführt. Die Störungen durch Netz-Harmonische machen sich bei den Ergebnissen der Erdmagnetischen Tiefensondierung weit weniger als bei den magnetotellurischen Ergebnissen bemerkbar. Die Auswertungen nach der Methode der Erdmagnetischen Tiefensondierung waren für den Audio-Frequenz-Bereich bisher unüblich. Die Auswertungen von Gelände-Daten zeigen jedoch, daß die Methode der Erdmagnetischen Tiefensondierung auch im Audio-Frequenz-Bereich eine wesentliche Ergänzung und Interpretations-Hilfe erbringt.

Anhang I:

Definitonen statistischer Verteilungs-Funktionen:

In diesem Anhang-Kapitel sind die Definitionen und Zusammenhänge der benutzten statistischen Verteilungs-Funktionen zusammengestellt.

Normalverteilung:

Eine Zufallsvariable z heißt normal- oder GAUSS-verteilt, wenn für die Verteilungs-Funktion gilt :

$$p(z) = (2\pi\sigma^2)^{1/2} \cdot \exp(-(z-E_w(z))^2/2\sigma^2) \quad (\text{I.1})$$

mit: σ^2 - Streuung

$E_w(z)$ - Erwartungswert

Für eine Standard-Variable z mit:

$$z = (z-E_w(z))/\sigma = Q_{LS}^{-1/2}/\sigma$$

und Q_{LS} - Lösung nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate (least-square-solution)

gilt:

$$p(z) = (2\pi)^{-1/2} \cdot \exp(-z^2/2) \quad (\text{I.2})$$

χ^2 -Verteilung:

Eine Variable χ^2 ist eine $\chi^2(n,\delta)$ -verteilte Variable, wenn gilt:

$$\chi^2(n, \delta) = z_1^2 + \dots + z_n^2 = \sum_{i=1}^n z_i^2 \quad (I.3)$$

wobei die z_i normalverteilte Variablen sind.

n bezeichnet den Freiheitsgrad.

$$\delta = (\sum E_w(z_i))^{1/2} - \text{Parameter der Zentrierung} \quad (I.4)$$

δ läßt sich dabei geometrisch deuten:

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Punkt $P = \{x\}$ nicht außerhalb einer n -dimensionalen Kugel liegt, soll eine vorzugebende Größe sein. Da die Verteilungs-Funktion von $\{x\}$ symmetrisch zum Punkt $Q = \{E_w(x)\}$ ist, ändert sich die Verteilung nicht auf Flächen mit $\delta = \text{const.}$

Die Verteilungs-Funktion der $\chi^2(n)$ -Funktion ($\delta=0$) lautet :

$$p(\chi^2) = (2^{n/2} \Gamma(n/2))^{-1} \cdot (\chi^2)^{(n/2-1)} \cdot \exp(-\chi^2/2) \quad (I.5)$$

mit $\Gamma(n/2)$ als Gamma-Funktion.

Fisher-Verteilung:

Eine Variable F heißt Fisher-verteilt, wenn gilt:

$$F(n, m, \delta) = m/n \cdot \chi_1^2(n, \delta) / \chi_2^2(m, \delta=0) \quad (I.6)$$

wobei die χ_i^2 jeweils χ^2 -verteilte Variablen sind.

Die Verteilungs-Funktion für eine $F(n, m, \delta)$ -Variable hat für den Fall $\delta=0$ eine einfache Form und läßt sich angeben zu:

$$p(F) = \frac{\Gamma(m+n/2) (n/m)^{(m/2)} \cdot F^{(m/2-1)}}{\Gamma(m/2) \Gamma(n/2) (1+(mF/n))^{(m+n/2)}} \quad (I.7)$$

Anhang II:

Das Ellipsoid im n-dimensionalen Raum - Bestimmung der Hauptachsen und Tangential-Ebenen

Ausgehend von der Gleichung einer n-dimensionalen Kugel :

$$| \vec{z} - \vec{a} |^2 \leq r^2 \quad r - \text{Radius}$$

$$\vec{a} = (a_1, \dots, a_n) - \text{Translations-Vektor}$$

$$\vec{z} = (z_1, \dots, z_n) - \text{Orts-Vektor}$$

oder der Einheitskugel in kanonischer Lage ($\vec{a} = 0$):

$$\vec{z}^T \cdot \vec{z} \leq 1 \quad \text{oder} \quad \sum_{i=1}^n z_i^2 \leq 1$$

läßt sich jedes Ellipsoid in kanonischer Lage analog beschreiben:

$$\sum_{i=1}^n z_i^2 / c_i^2 \leq 1$$

wobei die Halbachsen c_i als Dehnungsfaktoren in Bezug auf die Einheitskugel in Richtung z_i verstanden werden können.

Ein n-dimensionales Ellipsoid in beliebiger Lage läßt sich folgerichtig durch Translation ($\vec{a}$ ist der Translations-Vektor) und orthogonale Koordinaten-Transformation (beschrieben durch die Matrix M) in die kanonische Lage überführen (vgl. auch SCHEFFÉ, 1959).

$$(\vec{z} - \vec{a})^T \cdot M \cdot (\vec{z} - \vec{a}) \leq 1 \quad (\text{II.1})$$

M ist eine symmetrische, positiv definite Matrix. Somit existiert eine orthogonale Matrix P (mit $P^T = P^{-1}$), so daß folgende Diagonalisierung möglich wird :

$$P^T \cdot M \cdot P = (\lambda_i \delta_{ij}) \quad (\text{II.2})$$

mit $\delta_{ij} = 1$ für $i=j$ und $\delta_{ij} = 0$ für $i \neq j$ (Kronecker-Symbol) soll gelten :

$$\lambda_i = \lambda_{ij} \text{ für } i=j$$

λ_i sind die Eigenwerte der Matrix M und die Lösungen des charakteristischen Polynoms (I ist die Einheitsmatrix):

$$\begin{aligned} \det (M - \lambda \cdot I) &= \det \begin{pmatrix} M_{11} - \lambda & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} - \lambda \end{pmatrix} = \\ &= \lambda^2 - \lambda \cdot (M_{11} + M_{22}) + (M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21}) = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

Mit Gleichung (II.2) läßt sich für die Ellipsoid-Oberfläche schreiben :

$$F_E = \vec{p}_i^T \cdot M \cdot \vec{p}_i - 1 = 0 \quad \text{oder} \quad M \cdot \vec{p}_i = \lambda_i \cdot \vec{p}_i \quad (\text{II.4, ab})$$

$\vec{p}_i$ sind die Eigen-Vektoren zu den λ_i und stehen in den Spalten der Matrix P.

Die $\vec{p}_i$ sind definitionsgemäß linear unabhängig und bilden somit eine neue Basis. Mit:

$$\text{grad } (F_E) = 2 \cdot M \cdot \vec{p}_i \quad (\text{II.5})$$

zeigt sich, daß die $\vec{p}_i$ längen-proportional zu den Normalenvektoren sind, d.h. sie sind so definiert, daß sie in Richtung der Hauptachsen des Ellipsoides zeigen. Die Proportional-Fak-

toren sind genau die λ_i .

Multipliziert man Gleichung (II.4b) mit $\vec{p}_i^T$, so ergibt sich mit Gleichung (II.4a) :

$$\vec{p}_i^T \cdot M \cdot \vec{p}_i = \vec{p}_i^T \cdot \vec{p}_i = \lambda_i \cdot \vec{p}_i^T \cdot \vec{p}_i = 1$$

und daraus unmittelbar : $\vec{p}_i^T \cdot \vec{p}_i = \lambda_i$

Das Produkt $\vec{p}_i^T \cdot \vec{p}_i$ ist das Halbachsen-Quadrat eines Kegelschnittes. Für die Halbachsen c_i gilt dann :

$$c_i = \lambda_i^{1/2} \quad (II.6)$$

Es wird eine Diagonalmatrix C :

$$C = \begin{pmatrix} c_1^{-2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} = P^T \cdot M \cdot P \quad (II.6a)$$

definiert.

Die Orientierung der Ellipsoid-Achsen ist i.a. nicht parallel zu den ursprünglichen Koordinaten-Achsen, da i.a. $M \neq C$. Die Extremalwerte müssen noch bezüglich des ursprünglichen Koordinaten-Systems ermittelt werden. Seien $\hat{n}_{zi}$ die Normalen-Vektoren des ursprünglichen Koordinaten-Systems, und $\hat{n}_{yi}$ die Normalen-Vektoren des Koordinaten-Systems mit den Achsen parallel zu den Hauptachsen des Ellipsoids, dann gilt nach Gleichung (II.2) :

$$\hat{n}_{yi} = P^T \cdot \hat{n}_{zi} = \vec{p}_i \quad (II.7)$$

Das Ellipsoid wird im Koordiantensystem bezüglich seiner Hauptachsen wie folgt beschrieben :

$$\vec{y}^T \cdot \mathbf{C} \cdot \vec{y} = 1 \quad \text{oder} \quad \sum_{i=1}^n (y_i/c_i)^2 = 1 \quad (\text{II.8})$$

wobei $\vec{y} = \mathbf{P}^T \cdot \vec{z}$

Für den Gradienten bzgl. des Orts-Vektors gilt :

$$\text{grad}(F_{Ey}) = 2 \cdot \mathbf{C} \cdot \vec{y} \quad \text{mit} \quad F_{Ey} = \sum_{i=1}^n (y_i/c_i)^2 - 1$$

Für den Schnittpunkt (Durchstoß-Punkt der Hauptachse in Richtung y_i) der durch ihren Normalen-Vektor $\hat{n}_{yi}$ festgelegten Hyper-Ebene mit der Ellipsoid-Oberfläche muß deshalb gelten (PEDERSEN, 1982):

$$2 \cdot \mathbf{C} \cdot \vec{y} = k_i \cdot \hat{n}_{yi}$$

k_i ist eine noch zu bestimmende Konstante; sie entspricht der Koordinate in Richtung y_i .

Für $\vec{y}$ gilt somit :

$$\vec{y} = 1/2 \cdot k_i \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \hat{n}_{yi} \quad (\text{II.9})$$

Einsetzen in Gleichung (II.8) ergibt :

$$\vec{y}^T \cdot \mathbf{C} \cdot \vec{y} = (1/2 \cdot k_i)^2 \cdot \hat{n}_{yi}^T \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \hat{n}_{yi} = 1$$

woraus sich der Koordinaten-Faktor k_i bestimmen läßt :

$$k_i = 2 \cdot | \hat{n}_{yi}^T \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \hat{n}_{yi} |^{-1/2}$$

Damit gilt für den Vektor, der den Schnittpunkt der i-ten Hauptachse mit ihrer Tangential-Ebene nach Gleichung (II.9) (PEDERSEN, 1982) :

$$\vec{Y}_{\max}(i) = C^{-1} \cdot \hat{r}_{yi} \cdot | \hat{r}_{yi}^T \cdot C^{-1} \cdot \hat{r}_{yi} |^{-1/2}$$

oder mit Gleichung (II.4) :

$$\vec{Y}_{\max}(i) = C^{-1} \cdot \vec{p}_i \cdot | \vec{p}_i^T \cdot C^{-1} \cdot \vec{p}_i |^{-1/2} \quad (\text{II.10})$$

Für die Extremalwerte $\vec{z}_{\max}(i)$ bzgl. des alten Koordinaten-Systems muß dann nach Gleichung (II.4) gelten :

$$\vec{z}_{\max}(i) = P \cdot \vec{Y}_{\max}(i) \quad (\text{II.11})$$

Anhang III:

Die verschiedenen Kohärenz-Begriffe und ihre Definitionen:

Bei gegebenem univariatem linearen Ansatz :

$$E = Z \cdot H \quad (\text{III.1})$$

(Anmerkung: E und H bezeichnen in diesem Fall zwei Komponenten, Z einen Skalar.)

läßt sich aus der Spektral-Matrix :

$$S = \begin{pmatrix} \overline{EE}^* & \overline{EH}^* \\ \overline{HE}^* & \overline{HH}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{III.2})$$

(mit $s_{12} = s_{21}^*$)

die Kohärenz zwischen den Komponenten E und H mit den Vereinbarungen :

$$T = (t_{ij}) = S^{-1} \quad (\text{inverse Spektral-Matrix})$$

und

$$\det(S) = |s_{12}|^2 - s_{11}s_{22} \quad (\text{Determinante von } S)$$

wie folgt definieren:

$$\begin{aligned} \text{KOH}^2(E, H) &= 1 - (s_{11} \cdot t_{11})^{-1} = 1 - (s_{11} \cdot (-s_{22}/\det(S)))^{-1} \\ &= |s_{12}|^2 \cdot (s_{11}s_{22})^{-1} = |\overline{EH}^*|^2 \cdot (\overline{EE}^* \overline{HH}^*)^{-1} \quad (\text{III.3}) \end{aligned}$$

Gleichung (III.3) definiert die "einfache Kohärenz", die in der Regel der praktischen Handbarkeit wegen meist quadratisch verwendet wird.

Gleichung (III.1) beschreibt ein einfache Übertragung: H sei das Eingangs-Signal, E das Ausgangs-Signal eines unbekannten Systems. Die Übertragungsfunktion Z zwischen beiden Komponenten wird mittels linearer Regression berechnet. Die Lösung für Z wird aus der Normal-Gleichung des linearen Systems ermittelt. Somit läßt sich der unmittelbare Zusammenhang zwischen der in Gleichung (III.3) definierten Kohärenz und der LS(least-square)-Lösung des Systems angeben. Im folgenden werden dabei mit $\{E\}$ und $\{H\}$ $(1 \times n)$ -Vektoren definiert, die die n Beobachtungen enthalten, über die die Mittelung bei der Berechnung der Spektral-Funktionen erfolgt.

$$Z_{LS} = \overline{EH}^* \cdot (\overline{HH}^*)^{-1} \quad (III.4)$$

mit der dazu gehörigen quadratischen Form :

$$\begin{aligned} Q_{LS} &= |\{E\} - Z_{LS} \cdot \{H\}|^2 = |\{E\} - \{E^P\}|^2 = |E - \overline{EH}^* (\overline{HH}^*)^{-1} \cdot H|^2 \\ &= |\{E\} - \overline{EH}^* (\overline{HH}^*)^{-1} \cdot \{H\}|^2 \\ &= \overline{EE}^* - |\overline{EH}^*|^2 (\overline{HH}^*)^{-1} = \overline{EE}^* \cdot (1 - KOH^2(E, H)) \end{aligned}$$

$$\text{---->} \quad 1 - KOH^2(E, H) = Q_{LS} / \overline{EE}^* \quad (III.5a)$$

$$\text{oder:} \quad KOH^2(E, H) = \overline{E^P E^P}^* / \overline{EE}^* \quad (III.5b)$$

Die Kohärenz zwischen dem Eingangs- und Ausgangs-Signal ist somit im univariaten linearen Ansatz ein Maß für die Abschätzung E^P . Diese Abschätzung ist gleich E (ist somit optimal), wenn vollständige Korrelation zwischen dem Eingangs-Signal H und dem Ausgangs-Signal E besteht.

Für einen multivariaten linearen Ansatz :

$$E = \sum_{i=1}^n Z_i \cdot H_i$$

läßt sich analog zu Gleichung (III.2) eine $(n+1) \times (n+1)$ -Spektral-Matrix erstellen, in deren Diagonalen die Power-Spektren der einzelnen Eingangs-Signale H_i und des Ausgangs-Signals E stehen. Seien die Elemente der Spektral-Matrix analog Gleichung (III.2) mit s_{ij} bezeichnet und die Elemente der zur Matrix $S=(s_{ij})$ inversen Matrix T mit t_{ij} , dann läßt sich analog zu Gleichung (III.3) eine multiple Kohärenz definieren:

$$KOH_m^2(E, H) = 1 - (s_{11} \cdot t_{11})^{-1} \quad (III.6)$$

$$(\text{mit: } \vec{H} = (H_1, \dots, H_n)^T)$$

Die multiple Kohärenz läßt sich selbstverständlich auch zwischen jedem der einzelnen Eingangs-Signale H_i und den restlichen Eingangs-Signalen angeben. Hierbei bezeichne S^- diejenige $(n \times n)$ -Spektral-Matrix, die nur noch die Kreuz- und Power-Spektren der Eingangskanäle H_i enthält. Die inverse dieser $(n \times n)$ -Matrix sei analog obiger Definitionen mit T^- bezeichnet. Für die multiple Kohärenz zwischen einem Eingangs-Signal und den restlichen $(n-1)$ Signalen erhält man dann :

$$KOH_m^2(H_i, (H_1, \dots, H_{i-1}, H_{i+1}, \dots, H_n)) = 1 - (s_{ii}^- \cdot t_{ii}^-)^{-1}$$

Die in Gleichung (III.6) gegebene Definition für die multiple Kohärenz zwischen dem Ausgangs-Signal und allen Eingangs-Signalen ist für den Ansatz des bivariaten linearen magnetotelurischen Gleichungs-Systems von entscheidender Bedeutung. Analog zu den Gleichungen (5a,b) läßt sich auch für die in Gleichung (III.6) definierte multiple Kohärenz der direkte Zusammenhang mit den LS-Lösungen Z_{iLS} angeben.

$$\vec{Z}_{LS} = (Z_{1LS}, \dots, Z_{nLS})^T = (Z_{iLS})^T = (E \cdot H_i^* \cdot [AA]^{-1})^T$$

Für die quadratische Form erhält man:

$$Q_{LS} = \left| \{E\} - \sum_{j=1}^2 (Z_{iLS} \cdot \{H_j\}) \right|^2 = \left| \{E\} - \{EP\} \right|^2$$

woraus sich nach längerer, aber zur Ableitung der Gleichungen (5a,b) analogen Rechnung ergibt :

$$1 - KOH_m^2(E,H) = Q_{LS} / \overline{EE}^* \quad (III.7a)$$

oder:

$$KOH_m^2(E,H) = \overline{EP} \overline{EP}^* / \overline{EE}^* \quad (III.7b)$$

Über den Begriff der multiplen Kohärenz hinaus läßt sich für den Fall des multivariaten Ansatzes noch ein weiterer Kohärenz-Begriff definieren. Um die Ähnlichkeit zweier Zeitreihen im System aller Zeitreihen zu untersuchen, wird die "partielle Kohärenz" berechnet. Im folgenden sollen deshalb Definition und Bedeutung dieses Begriffes geklärt werden. Hierzu wird zunächst Gleichung (III.4), der Lösung für die Übertragungsfunktion Z für den univariaten Fall, geeignet umgeformt.

$$\begin{aligned} Z_{LS} &= \overline{EE}^* / \overline{HH}^* = \exp(i \cdot \Phi(E,H)) \cdot |\overline{EH}^*| / |\overline{HH}^*| \\ &= \exp(i \cdot \Phi(E,H)) \cdot (|\overline{EH}^*| \cdot (\overline{EE}^* / \overline{HH}^*)^{1/2} / (\overline{HH}^* \cdot \overline{EE}^*)^{1/2}) \\ &= (\overline{EE}^* / \overline{HH}^*)^{1/2} \cdot \exp(i \cdot \Phi(E,H)) \cdot KOH(E,H) \\ &= \text{Amp}_{\text{eff}}(E,H) \cdot \exp(i \cdot \Phi(E,H)) \cdot KOH(E,H) \end{aligned} \quad (III.8)$$

wobei $\Phi(E,H)$ die Phasen-Differenz zwischen den Komponenten E und H ist.

Aus Gleichung (III.8) ist ersichtlich, wie die einfache Kohärenz zwischen Ausgangs- und Eingangs-Signal bei einem univari-

aten System in die Berechnung des Schätzwertes der Übertragungs-Funktion als Korrektur-Term eingeht. Auch für bivariate oder multivariate Ansätze läßt sich ein ähnlicher Korrektur-Term angeben. Es ist dabei derjenige Korrektur-Term gesucht, der in die Berechnung einer der Übertragungs-Funktionen eingeht, also eine Kohärenz-Beziehung zwischen dem Ausgangs-Signal (E) und einem Eingangs-Signal (H_1) unter Berücksichtigung aller übrigen Eingangs-Signale. Es kann dies nicht die multiple Kohärenz sein.

Für den bivariaten Fall soll die partielle Kohärenz im folgenden explizit angegeben werden, um dann die allgemeine Definition daraus ableiten zu können.

Für einen bivariaten Ansatz der Form:

$$E = Z_1 \cdot H_1 + Z_2 \cdot H_2$$

ergibt sich für Z_1 folgende LS-Lösung:

$$Z_{1LS} = (\overline{E H_1^* H_2^*} - \overline{E H_2^* H_1^*}) / (\overline{H_1 H_1^* H_2 H_2^*} - |\overline{H_1 H_2^*}|^2)^{-1}$$

Nach Erweiterung des Bruchs auf der rechten Seite dieser Gleichung und Anwendung von Gleichung (III.8) ergibt sich:

$$Z_{1LS} = \text{Amp}_{\text{eff}}(E, H_1) \cdot \exp(i \cdot \Phi(E, H_1)) \cdot \text{KOH}_P(E, H_1)$$

wobei:

$$\text{KOH}_P(E, H_1) = (\text{KOH}(E, H_1) - \text{KOH}(E, H_2) \cdot \text{KOH}(H_1, H_2)) / (1 - \text{KOH}^2(H_1, H_2))$$

(III.9)

die partielle Kohärenz zwischen E und H_1 ist.

Ausgehend von der in Gleichung (III.2) für den univariaten Ansatz definierten Spektral-Matrix, kann man die in Gleichung (III.9) definierte partielle Kohärenz auch aus einer für den bivariaten Ansatz um H_2 erweiterten Spektral-Matrix ähnlich Gleichung (III.3) gewinnen. Für die erweiterte Spektral-Matrix

S schreibt man:

$$S = \begin{pmatrix} \overline{EE}^* & \overline{EH_1}^* & \overline{EH_2}^* \\ \overline{H_1E}^* & \overline{H_1H_1}^* & \overline{H_1H_2}^* \\ \overline{H_2E}^* & \overline{H_2H_1}^* & \overline{H_2H_2}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ c_1 & c_2 & d \end{pmatrix}$$

Definiert man Sub-Matrizen von S mit :

$$A = (a_{ij}) \quad B = (b_j) \quad C = (c_i) \quad \text{und} \quad D = (d) \quad (i,j=1,2)$$

dann läßt sich leicht verifizieren, daß sich für die partielle Kohärenz aus Gleichung (III.9) schreiben läßt (BENDAT und PIERSOL, 1966):

$$\text{KOH}_p(E, H_1) = A - BD^{-1}C \quad (\text{III.10})$$

Für den n-dimensionalen Ansatz läßt sich die Spektral-Matrix immer so umordnen, daß der Kanal des Ausgangs-Signals die erste Reihe und Spalte der Matrix, und derjenige Kanal für das Eingangs-Signal, für den die partielle Kohärenz zum Kanal des Ausgangs-Signals berechnet werden soll, die 2. Reihe und Spalte belegt. Somit ist eine Zerlegung der Spektral-Matrix möglich, wobei dann für die Sub-Matrizen gilt :

A ist die (2x2)-Spektral-Matrix zwischen E und dem interessierenden H_1

B ist eine (2x(N-1))-Matrix, die die Kreuz-Spektren der verbleibenden (N-1) Komponenten H_j mit E enthält

C ist die zu B konjugiert komplexe und transponierte ((N-1)x2)-Matrix

D ist die ((N-1)x(N-1))-Spektral-Matrix aller verbleibenden (N-1) Komponenten H_j

Die partielle Kohärenz ist allgemein definiert zu:

$$\text{KOH}_p(E, H_i) = A - BD^{-1}C$$

Es ist leicht zu verifizieren, daß für den univariaten Fall

$$\text{KOH}_p(E, H) = \text{KOH}(E, H) \quad \text{gilt.}$$

Anhang IV:

Die Entstehung der Oberwellen von Netz-Frequenzen:

Die Erzeugung von Oberwellen der Netz-Grundfrequenzen 50 Hz und 16 2/3 Hz ergibt sich durch Effekte bei nicht-linearer Spannungs-Übertragung. (Anmerkung: Spannungs-Übertragung ist hier terminus technicus. Die Potential-Differenz ist physikalisch streng genommen eine rein additive Größe. Es wäre richtiger von nicht linearer Strom-Übertragung zu schreiben.) Oberwellen werden wahrscheinlich sämtlich verbraucherseitig durch zu niedrig dimensionierte oder kurzzeitig überlastete Transformatoren sowie durch Thyristoren- und Gleichrichter-Schaltungen erzeugt. Nach Auskunft der Elektrizitäts-Industrie sind solche Effekte erzeugerseitig nicht zu erwarten, da die entsprechenden Transformatoren aus Wirtschaftlichkeits-Gründen im Bereich linearer Übertragung betrieben werden. Die verbraucherseitig entstandenen Oberwellen sind jedoch, bedingt durch Rückkopplung, erzeugerseitig ebenfalls meßbar, so daß im Bereich großer Hochspannungsleitungen über direkte Induktion besagte Oberwellen im Spektrum erscheinen.

In der Regel werden alle Netz-Harmonischen gemessen. Es zeigt sich jedoch, daß die ungeradzahligen Harmonischen meist stärker hervortreten. Um dieses Phänomen zu erklären, soll die Wirkungsweise eines Transformators beschrieben werden:

Der Zusammenhang zwischen Primär(U_P)- und Sekundär(U_S)-Spannung ist gegeben mit :

$$U_P = N_P \cdot (d\Phi/dt) \quad \text{und} \quad U_S = N_S \cdot (d\Phi/dt)$$

$$\text{--->} \quad U_S = N_S/N_P \cdot U_P$$

mit: $\Phi = \oint B \, dF$ (F - Spulen-Querschnittsfläche)
und: N_p, N_s - Wicklungszahlen auf der Primär- und
Sekundärseite.

In die magnetische Induktion B gehen dabei die Material-Eigenschaften des Elektrolechs des jeweiligen Transformators ein, also die Permeabilität μ . Den Zusammenhang stellt die Hysteresekurve dar :

$$B = \mu \cdot \mu_0 \cdot H \quad (H - \text{magnetische Feldstärke})$$

Nur im Bereich $H \ll H_s$ (Sättigungs-Magnetisierung) ist eine lineare Spannungs-Übertragung gewährleistet:

$$U_p \sim H \sim B \sim U_s,$$

d.h. ein Sinus wird als Sinus ohne Oberwellen übertragen.

Im allgemeinen besteht der lineare Zusammenhang zwischen B und H jedoch nicht, so daß das primäre sinusförmige Signal verzerrt wird.

Um Leistungsverluste zu vermeiden, wird ein Transformator deshalb immer so betrieben werden, daß die verwendeten Bleche nicht in den Bereich der Sättigungs-Magnetisierung gelangen.

Jede Hysteresekurve läßt sich in allgemeiner Form als Polynom n-ter Ordnung darstellen, wobei wegen der Symmetrie:

$$B(H) = -B(-H)$$

nur die Potenzen ungerader Ordnung eingehen (SMIT u. WIJN, 1959; KERTZ, 1971):

$$B(H) = \sum_j a_j \cdot H^j \quad (j=1,3,5,\dots)$$

Mit der auch im nicht linearen Fall gültigen Proportionalität $U_p \sim H$ überträgt sich jede sinusförmige Amplitudenänderung in U_p ohne Verzerrung auf H. Es läßt sich ohne Einschränkung

schreiben:

$$H(t) = H_0 \cdot e^{i\omega t}$$

Es gilt also (mit $H_0=1$):

$$\begin{aligned} B(t) &= \sum a_j (\cos(\omega t) + i \cdot \sin(\omega t))^j \\ &= \sum a_j^i (\cos(j\omega t) + i \cdot \sin(j\omega t)) \quad (j=1,3,5\dots) \end{aligned}$$

Das letzte Gleichheitszeichen leitet sich aus der Moivre'schen Formel für die Darstellung komplexer Zahlen ab.

Mit der ebenfalls gültigen Proportionalität $U_s \sim B$ zeigt sich mit obiger Gleichung, daß für den Fall einer nicht linearen Übertragung, also z.B. bei einem Transformator, der im Überlastbereich betrieben wird, ausschließlich die ungeradzahlgigen Harmonischen im Spektrum erscheinen. Die sinusförmigen Spannungs-Funktionen auf der Primärseite können im extremen Fall zur Rechteck-Funktion verzerrt werden, deren Fourier-Reihenzerlegung ungerade Harmonische in einem festen Verhältnis enthält:

$$B(t) = H_0 \cdot \sum_j j^{-1} \cdot \sin(j\omega t) \quad (j=1,3,5\dots)$$

Ähnliche Effekte treten bei elektrischen Anlagen mit Thyristor- oder Anschnitt-Steuerung auf. Steuerungen dieser Art finden immer mehr Verbreitung, da hier der Vorteil einer Leistungs-Begrenzung gegeben ist. Die jeweilige Sinus-Halbwellen wird im Anstieg zum Maximum oder Minimum abgeschnitten, so daß die resultierenden Zeitreihen abgeschnittene Sinus-Viertelwellen negativ und positiv enthalten. Fourier-Reihenzerlegungen ergeben auch in diesem Fall eine Verstärkung der ungeradzahlgigen Harmonischen. Geradzahlgige Oberwellen können so nicht erzeugt werden.

Geradzahlige Harmonische werden jedoch immer dann beobachtet, wenn eine Sinuswelle gleichgerichtet wird. Beginnend mit Einweg- und Zweiweg-Gleichrichtung sind alle möglichen Pulszahlen bei der Gleichrichtung denkbar. Für eine beliebige Pulszahl p ergibt sich folgende Fourier-Reihenzerlegung:

$$B(t) = 2/\pi \cdot H_0 \cdot p \cdot \sin(\pi/p) \left(1/2 - \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j / (jp^2 - 1) \cdot \cos(jp\omega t) \right)$$

mit $j=1,2,3,\dots,\infty$

Durch Gleichrichtung lassen sich somit je nach Pulszahl alle Oberwellen erzeugen. Im speziellen Fall der Zweiphasen-Gleichrichtung entstehen sämtliche geradzahligen Oberwellen.

Ausgehend von diesen Überlegungen, wird die Beobachtung lokal kleinräumig sich ändernder elektromagnetischer Spektren erklärbar. Es muß dabei beachtet werden, daß eine Vielzahl weiterer Effekte, wie z.B. periodische Ein- und Ausschaltvorgänge, sich den registrierten Zeitreihen noch überlagern. Ein Anspruch auf Vollständigkeit wird hier nicht erhoben, vielmehr soll eine plausible Erklärung für beobachtete Phänomene gegeben werden.

Ähnliche Effekte, wie sie hier für das Versorgungs-Stromnetz beschrieben wurden, treten bei allen Materiellen (mit $\mu \neq 1$) auf, vorausgesetzt die Ströme sind so stark, daß der Sättigungs-Bereich der Hysteresekurve erreicht wird. Es ist somit nicht auszuschließen, daß Oberwellen auch bei der Induktion anderer vagabundierende Erdströme im leitfähigen Untergrund entstehen (ANGENHEISTER, persönliche Mitteilung).

Zusammenstellung der verwendeten Symbole und ihre Bedeutung:

Es soll nur eine Liste der wichtigsten Symbole gegeben werden; Symbole, die nur als Hilfs-Größen im Zusammenhang mit Ableitungen benutzt werden, sind in dieser Liste nicht enthalten.

Allgemeine Vereinbarungen:

$\vec{A}, \{A\}$	Vektor (reell oder komplex)
A_i	i-te Komponente von $\vec{A}$
$\vec{A}^*$	konjugiert komplexer Vektor zu $\vec{A}$
$\hat{n}$	Einheitsvektor
$\vec{A}^T$	transponierter Vektor zu $\vec{A}$ (Aus einem Spalten-Vektor wird ein Zeilen-Vektor und umgekehrt.)
$\underline{\underline{Z}}$	Tensor
$\underline{\underline{Z}}^T$	transponierter Tensor zu $\underline{\underline{Z}}$ (Spalten und Zeilen werden vertauscht.)
$\underline{\underline{Z}}^{-1}$	inverser Tensor zu $\underline{\underline{Z}}$ (Es gilt: $\underline{\underline{Z}} \cdot \underline{\underline{Z}}^{-1} = I$, I-Einheitsmatrix)

$$\overline{A_i A_j^*} = 1/N \sum_{k=1}^N A_{ik} A_{jk}^* =$$

$$= 1/N \sum_{k=1}^N (\text{re}(A_{ik}) + i \cdot \text{im}(A_{ik})) \cdot (\text{re}(A_{jk}) - i \cdot \text{im}(A_{jk}))$$

Kreuzspektrum der Komponenten A_i und A_j
 $A_i = A_i(\omega)$ und $A_j = A_j(\omega)$

$$\overline{A_i A_i^*}$$

Powerspektrum von A_i

$$[\vec{A}\vec{B}] = \begin{pmatrix} \overline{A_x B_x^*} & \overline{A_x B_y^*} \\ \overline{A_y B_x^*} & \overline{A_y B_y^*} \end{pmatrix}$$

Spektral-Matrix der Vektoren
 $\vec{A}(\omega) = (A_x, A_y)$ und $\vec{B}(\omega) = (B_x, B_y)$

$$[\vec{A}\vec{B}]^T, [\vec{A}\vec{B}]^{-1}$$

transponierte u. inverse Matrix
zu $[\vec{A}\vec{B}]$

$$\text{KOH}(A_i, B_j)$$

einfache Kohärenz zwischen A_i und B_j

$$\text{KOH}_p(A_i, B_j)$$

partielle Kohärenz zwischen A_i und B_j

$$\text{KOH}_m(A_i, B)$$

multiple Kohärenz zwischen A_i und B
Der Erklärung und Definition der verschiedenen Kohärenz-Ausdrücke ist das Anhang-Kapitel III gewidmet.

$$\Phi(A_i, A_j) = \Phi(A_i) - \Phi(A_j) \quad \text{Phase zwischen } A_i \text{ und } A_j$$

$$|A_i| = (\text{re}^2(A_i) + \text{im}^2(A_i))^{1/2} \quad \text{Betrag von } A_i$$

$$\text{Es gilt: } A_i = |A_i| \cdot \exp(i \cdot \Phi(A_i))$$

α, β, γ	Symbole für Winkel
Q	quadratische Form
V_n	n-dim Vektorraum
$(\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n)$	Orthonormalbasis zu V_n
c_i	Ellipsoid-Halbachse (C - Halbachsen-Matrix)
$\vec{p}_i$	Eigenvektor (P - Eigenvektor-Matrix) (Symbol wird auch an anderer Stelle für ein Kohärenz-Verhältnis benutzt)
λ_i	Eigenwert
$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{wenn } i=j \\ 0, & \text{wenn } i \neq j \end{cases}$	Kronecker-Symbol
$E_w(x)$	Erwartungswert einer normal verteilten Variablen x
σ^2	Varianz
$\chi^2(\delta)$	χ^2 -verteilte Variable

$F(n, m, \delta)$ Fisher-verteilte Variable
Die Definitionen der der verschiedenen statistischen Verteilungs-
Funktionen sind im Anhang I zusammengestellt.

Allgemein verwendete Indizes:

i, j, k	Koordinaten-Indizierung (allgemein)
x, y, z	Koordinaten-Indizierung (speziell)
o	Index für gemittelt oder Noise-frei
n	Index für "normal"
a	Index für "anomal"
LS	Index für "least-square-solution"
R, L	Indizierung für "rechts" bzw. "links"
eff	"effektiv"
max	"maximal"
p	hochgestellter Index: "predicted"
m	tiefgestellter Index: "partiell"
	"multipel"

Allgemein verwendete Zusätze:

Δ	Differenz
δ	Differenz oder Zentrierungs-Parameter
Amp	Amplitude
Det	Determinante
re, im	Kennzeichnung von Real- und Imaginärteil einer komplexen Größe
	kennzeichnet rotierte Größen

Spezielle Vereinbarungen:

T	Periode; Dim=[s]
f und $\omega=f/2\pi$	Frequenz bzw. Kreisfrequenz; Dim=[1/s]
μ_0	magnetische Feldkonstante
$\vec{E} = \vec{E}(\omega) = (E_x, E_y)^T$	mit $E_i = \text{re}(E_i) + i \cdot \text{im}(E_i)$ (i=x,y) Fourier-Transformierte des Vektors der erdelektrischen Feldstärke Dim=[mV/km]
$\vec{H} = \vec{H}(\omega) = (H_x, H_y, H_z)^T$	mit $H_i = \text{re}(H_i) + i \cdot \text{im}(H_i)$ (i=x,y) Fourier-Transformierte des Vektors der erdmagnetischen Feldstärke Dim=[mA/km] Für die magnetotellurische Anwendung bezeichnet H meist nur das horizontale Feld: $\vec{H} = (H_x, H_y)^T$
$[\vec{E}\vec{H}] = \begin{pmatrix} E_x H_x^* & E_x H_y^* \\ E_y H_x^* & E_y H_y^* \end{pmatrix}$	Spektral-Matrix der horizontalen Felder $\vec{E}(\omega)$ und $\vec{H}(\omega)$
$[\vec{E}\vec{E}]$ und $[\vec{H}\vec{H}]$	entsprechend
$\vec{Z} = \vec{Z}(\omega) = \begin{pmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{pmatrix} = \mu_0 \cdot \vec{Z}^+(\omega)$	mit $Z_{ij} = \text{re}(Z_{ij}) + i \cdot \text{im}(Z_{ij})$ (i,j=x,y) Impedanztensor; Dim(Z_{ij})=[mV/(km·nT)] Dim(Z_{ij}^+)=[Ω] Übertragungs-Tensor zwischen horizonta- lem erdelektrischen und erdmagnetischen Feld
$\vec{T} = \vec{T}(\omega) = (T_x, T_y)^T$	mit $T_i = \text{re}(T_i) + i \cdot \text{im}(T_i)$ (i=x,y) Tipper-Vektor (dimensionslos) Übertragungs-Vektor zwischen der Verti- kal-Komponente und den Horizontal-Kompo- nenten des erdmagnetischen Feldes.
$I_i = I_i(\omega) = E_i(\omega)/H_j(\omega)$	(i,j=x,y; i≠j) einfache Impedanzen Dim=[Ω]
ρ	spezifischer Widerstand Dim=[Ωm]
ρ_s	scheinbarer spezifischer Widerstand
d_s	Eindring-Tiefe Dim=[km]
v	tellurische Verzerrungs-Matrix (ohne Dim)
A,D,C,D	tellurische Verzerrungs-Parameter (o.Dim)
S_1, S_2, D_1, D_2	Summen und Differenzen der Impedanztensor-Elemente Dim=[Ω]
S	Skewness (ohne Dim) (in anderem Zusammenhang wird S auch als statistischer Faktor

η, ξ	Verzerrungs-Koeffizienten
$x_i \quad (i=x, y, z)$	reelle Störungs-Koeffizienten (ohne Dim)
$y_i \quad (i=x, y, z)$	imaginäre Störungs-Koeffizienten (o. Dim)
$p_i = (1 - KOH_m^2(E_i, \vec{H})) / (1 - KOH^2(H_x, H_y)) \quad (i=x, y)$	
$p_z = (1 - KOH_m^2(H_z, \vec{H})) / (1 - KOH^2(H_x, H_y))$	speziell definierte Kohärenz-Verhältnisse
α_S	Swift-Winkel
$\vec{e}_i \quad (i=x, y)$	tellurische Vektoren
$\vec{IP}$	Induktions-Pfeil
S	statistischer Faktor (in anderem Zusammenhang ist S auch die Skewness)

In mehrfacher Bedeutung verwendete Symbole werden nie im gleichen Zusammenhang verwendet.

Literaturverzeichnis:

- ANGENHEISTER, G.; J. POHL: Die seismischen Messungen im Ries von 1948-1969; *Geologica Bavarica* 61, S.104-326, München 1969.
- BAHR, K. : Magnetotellurische Messungen des elektrischen Widerstandes der Erdkruste und des oberen Mantels in Gebieten mit lokalen und regionalen Leitfähigkeitsanomalien; Diss., Math.-Naturw.Fachb. Univ. Göttingen, 1985.
- BAHR, K. : Ein Beitrag zur Entzerrung des Impedanztensors; Prot.10.Koll.Elektromag.Tiefenforschung. Grafrath, 1984.
- BENDAT, J.S.; A.G. PIERSON: Measurement and Analysis of Random Data, New York, 1966.
- BERKTOLD, A.: Theorie und Anwendung von Verfahren der Geoelektrik und Elektromagnetik, Teil I u. II, Vorlesungsmanskript; Inst.f.Allg.u.Ang.Geoph.d.Univ.München, 1981.
- BERKTOLD, A.: Electromagnetic Studies in Geothermal Regions; *Geoph.Surv.* 6, S.173-200, 1983.
- BLÜMECKE, T.: AMT Untersuchungen in Nordbayern; Prot.10.Koll. Elektromag.Tiefenforschung. Grafrath, 1984.
- CAMPBELL, W.H. : Studies of Magnetic Field Micropulsations with Periods of 5 to 30 seconds, *Journ.Geoph.Res.* 64, S.1819-1826, 1953.
- CAMPBELL, W.H. : Natural Electromagnetic Energy below the ELF-Range, *Journ.Res.Nat. Bureau of Standards* 177, 1960.
- COX, C.S.; J.H. FILLOUX; D.I. GOUGH; J.C. LARSEN; K.A. POEHLS; R.P. v. HERZEN; R. WINTER: Atlantic Lithospheric Sounding; Electromagnetic Induction in the Earth and Moon; Herausg. U. SCHMUCKER, Center for Academic Publications, Tokio 1980.
- DITTUS, H.: Magnetotellurik in Südbayern; Dipl.Arb. Inst.f. Allg.u.Ang.Geoph. Univ. München, 1983.
- DITTUS, H.; V. LIEBIG; G. SCHREIER; U. TEUFEL: Die AMT-Apparatur: Erkenntnisse und Verbesserungen seit dem ersten fehlerfreien Einsatz; Seminarprot. Entwicklungen in Erfassung und Verarbeitung geophysikalischer Meßgrößen; Münchner Universitäts-Schriften, Fak.f.Geow., Serie B, Nr.8, 1985.
- DITTUS, H.; U. TEUFEL; A. BERKTOLD: Messungen mit den Methoden der Audio-Magnetotellurik, Magnetotellurik und der Erdmagnetischen Tiefensondierung längs eines NS-Profiles über den Alpennordrand vom Waginger See bis zur Reiteralpe; Prot.10.Koll.Elektromag.Tiefenforschung, Grafrath, 1984.
- EIGNER, K.-H.: Vom Menschen geschaffene erdelektrische und erdmagnetische Störfelder bei Methoden der elektromagnetischen Tiefenforschung (Eigenpotential; Tellurik; Magnetotellurik und Erdmagnetische Tiefensondierung im VLF-, Audio- und Standard-Frequenzbereich; Transientes Magnetfeld; Geoelektrische Tiefensondierung) und im Observatoriumsberieb - Studie; Prot.10.Koll.Elektromag. Tiefenforschung, Grafrath, 1984.
- FISCHER, G.: Magnetotelluric Observational Techniques on Land; *Geophys.Surveys* 4, S.373-393, 1982.
- GAMBLE, T.D.; W.M. GOUBAU; J. CLARKE: Magnetotellurics with a Remote Magnetic Reference; *Geophysics* 44, S. 53-68, 1979 a.

- GAMBLE, T.D.; W.M. GOUBAU; J. CLARKE: Error Analysis for Remote Reference Magnetotellurics; *Geophysics* 44, S.959-968, 1979 b.
- GAMBLE, T.D.; W.M. GOUBAU; N.E. GOLDSTEIN; J. CLARKE: Referenced Magnetotellurics at Cerro Prieto; *Geothermics* 9, S.49-63, 1980.
- GOUBAU, W.M.; T.D. GAMBLE; J. CLARKE: Magnetotelluric Data Analysis: Removal of Bias; *Geophysics* 43, S.1157-1166; 1978.
- GOUBAU, W.M.; P.M. MAXTON; R.H. KOCH; J. CLARKE: Noise Correlation Lengths in Remote Reference Magnetotellurics; *Geophysics* 49, S.433-438, 1984.
- GUNDEL, A.: Estimation of Transfer Functions with Reduced Bias in Geomagnetic Induction Studies; *Acta Geod., Geoph. et Mont., Acad.Sci.Hung.* 12, S.345-352, 1977.
- HAAK, V.: Beschreibung und Anwendung von Verfahren zur Auswertung von Registrierungen des induzierten erdelektrischen Feldes längs eines Profils durch die Westhälfte des Rhein-Grabens; *Dipl.Arb., Inst.f.Allg.u.Ang.Geoph. d. Univ. München*, 1968.
- HÜTTNER, R.; E. BROST; J. HOMILIUS; H. SCHMIDT-KALER: Struktur des Ries-Kraterandes auf Grund geoelektrischer Tiefensondierung; *Geol.Jb.* E14, S.3-10, 1979.
- JACKSON, D.D.: Interpretation of Inaccurate, Insufficient, and Inconsistent Data; *Geoph.J.Roy.Astr.Soc.* 28, S.97-109, 1972.
- JOHANSEN, H.K.: A Man/Computer Interpretation System for Resistivity Soundings over a Horizontally Stratified Earth; *Geoph.Prosp.* 25; S.667-691, 1977.
- KAO, D.; D. RANKIN: Enhancement of Signal to Noise Ratio in Magnetotelluric Data, *Geophysics* 42, S.103-110, 1977.
- KERTZ, W.: Statistik geophysikalischer Beobachtungsreihen, Vorlesungsmanuskript; *Inst. f. Geoph. u. Meteorol. d. TU Braunschweig*, 1970.
- KERTZ, W.: Einführung in die Geophysik II, Band 2 Obere Atmosphäre und Magnetosphäre; *B.I.-Wissenschaftsverlag, Mannheim, Wien, Zürich*, 1971.
- KRÖGER, P.: Der Magnetotellurik-Impedanztensor bei lokal gestörten Meßgrößen; *Diss.Fak.f.Maschb.u.Elektrotechn.d. TU Braunschweig*, 1981.
- LABSON, V.F.; A. BECKER; H.F. MORRISON; U. CONTI: Geophysical Exploration with Audiofrequency Natural Magnetic Fields; *Geophysics* 50, S.656-664, 1985.
- LARSEN, J.C.: Low Frequency (0.1-0.6 cpd) Electromagnetic Study of Deep Mantle Electrical Conductivity Beneath the Hawaiian Islands; *Geoph.J.Roy.Astr.Soc.* 43, S.17-46, 1975.
- LIEBIG, V.: Entwicklung und Aufbau einer Audio-Magnetotellurik-Meßapparatur mit Mikroprozessorsteuerung; *Dipl.Arb. Inst.f.Allg.u.Ang.Geoph. d. Univ. München*, 1983.
- LIEBIG, V.; G. SCHREIER: Aufbau einer mikroprozessor-gesteuerten, mobilen Audio-Magnetotellurik Apparatur; *Prot.10, Koll.Elektromag. Tiefenforschung, Grafrath*, 1984.
- LOSECKE, W.; H. RODEMANN; K. KNÖDEL; W. MÜLLER: Ein Magnetotellurik-Meßsystem für Remote-Reference-Betrieb und Data-processing im Gelände; *Geol.Jb.* E 23, S.239-249, Hannover, 1982.
- MACNAE, J.C.; Y. LAMONTAGNE; G.F. WEST: Noise Processing Techniques for Time-Domain EM Systems; *Geophysics* 49, S.934-948, 1984.
- MICHEEL, H.J.: Eine Audiomagnetotellurik-Meßapparatur (1 Hz -

- 20 kHz) und erste Ergebnisse der Datenanalyse; Prot.8, Koll.Elektromag. Tiefenforschung, Berlin-Lichtenrade, 1980.
- MICHEEL, H.J.; B. HENTE: Untersuchungen zur Audiomagnetotellurik; Prot.9,Koll.Elektromag. Tiefenforschung, Neustadt/Weinstraße, 1980.
- NEURIEDER, P.: Untersuchung des nicht signalkorrelierten Rauschens zwischen zwei MT-Apparaturen aus Feldregistrierungen; Prot.8,Koll.Elektromag. Tiefenforschung, Berlin-Lichtenrade, 1980.
- NEURIEDER, P.: Geräteeinflüsse bei der digitalen Meßwerterfassung in der MT und ihre Auswirkung auf die Morphologie der φ_s - und Phasenkurven; Prot.8,Koll.Elektromag. Tiefenforschung, Berlin-Lichtenrade, 1980.
- NEURIEDER, P.: Die elektrische Leitfähigkeit des Oberen Mantels unter Mitteleuropa, abgeleitet aus langperiodisch variierenden, natürlichen elektromagnetischen Wechselfeldern; Diss., Fak.f.Geowiss. d. Univ. München, 1984.
- PARZEN, E.: Mathematical Considerations in the Estimation of Spectra; Technometrics 3, S.167-190, 1961.
- PAPOULIS, A.: Minimum-Bias Windows for High-Resolution Spectral Estimates; IEEE Transactions on Information Theory IT-19, Nr.1, S.9-12, 1973.
- PEDERSEN, L.B.: Constrained Inversion of Potential Field Data; Geoph.Pros. 27, S.726-748, 1979.
- PEDERSEN, L.B.: The Magnetotelluric Impedance Tensor - Its Random and Bias Error; Geoph.Pros. Vol.30, S.188-210, 1982.
- PEDERSEN, L.B.: Some Aspects of Magnetotelluric Field Procedures; Diskussions-Papier präsentiert b. 8. Workshop on Electromagnetic Induction in the Earth and Moon, Neuchâtel, 1986;
- PEDERSEN, L.B.; M. SVENNEKJAER: Extremal Bias Coupling in Magnetotellurics; Geophysics Vol. 49, S.1968-1978, 1984.
- REDDY, I.K.; D. RANKIN: Coherence Functions for Magnetotelluric Analysis; Geophysics 39, S.312-320, 1974.
- SAN FILIPO, W.A.; G.W. HOHMANN: Computer Simulation of Low-Frequency Electromagnetic Data Acquisition; Geophysics 48, S.1219-1232, 1983.
- SCHEFFÉ, H.: The Analysis of Variance; J. Wiley & Sons, Inc.; New York, 1959.
- SCHMUCKER, U.: Tellurische Vektoren im Schwarzwald; Prot.10, Koll.Elektromag.Tiefenforschung, Grafrath, 1980.
- SCHMUCKER, U.; U. WIENS: Vergleichende erdelektrische Beobachtungen in der Umgebung von Göttingen für Sq und Bays; Prot.8,Koll.Elektromag.Tiefenforschung, Berlin-Lichtenrade, 1980.
- SCHNEGG, P.-A.; G. FISCHER: On-Line Determination of Apparent Resistivity in Magnetotelluric Soundings; Prot.8,Koll. Elektromag.Tiefenforschung, Berlin-Lichtenrade, 1980.
- SCHNEGG, P.-A.; G. FISCHER: A New Pused Audiomagnetotelluric Technique; J.Geophys. 55, S.191-198, 1984.
- SCHNEGG, P.-A.; B. LE QUANG, G. FISCHER: AMT-Untersuchungen einer 2-D Struktur mit einer Überschiebung; Prot.9,Koll.Elektromag.Tiefenforschung, Neustadt/Wstr., 1982.
- SCHNEGG, P.-A.; B. LE QUANG, G. FISCHER: AMT-Untersuchung einer Verwerfung unter der Molasse im Kanton Waadt; Prot.10, Koll.Elektromag.Tiefenforschung, Grafrath, 1984.
- SCHREIER, G.: Entwicklung eines Programm-Systems zur digitalen arbeitung audio-magnetotellurischer Signale im Gelände Dipl.Arb. Inst.f.Allg.u.Ang.Geoph. d. Univ. München,

- SCHREIER, G.: Anmerkungen über die Quellen magnetotellurischer Signale im Audio-Frequenz-Bereich; Prot.8,Koll. Elektromag.Tiefenforschung, Grafrath, 1984.
- SIEMENS AG (Herausg.): Handbuch der Elektrotechnik; Berlin, München, 1971.
- SIMS, W.E.; F.X. BOSTICK, H.W. SMITH: Estimation of Magnetotelluric Impedance Tensor Elements from Measured Data; Geophysics 36, S.938-942, 1971.
- SMIT, J.; H.P.J. WIJN: Ferrites; Philips technical Library, 1959.
- SWIFT, C.M.: A Magnetotelluric Investigation of an Electrical Conductivity Anomaly in the Southwestern United States; Ph.D.Thesis, Geoph.Lab., M.I.T., Cambridge (Mass.), 1967.
- TELFORD, W.M.: Characteristics of Audio and Sub-Audio Telluric Signals; Geoph.Prospl. 25, S.321-333, 1977.
- TEUFEL, U.: Erdmagnetische Tiefensondierung am Alpennordrand; Dipl.Arb.; Inst.f.Allg.u.Ang.Geoph.d.Univ.München, 1983.
- TRAVASSOS, J.M.; D. BEAMISH: MT Data Processing: A Case Study; Vortrag b. 8. Workshop on Electromagnetic Induction in the Earth and Moon, Neuchâtel, 1986;
- WHITE, R.E.: The Estimation of Signal Spectra and Related Quantities by Means of the Multiple Coherence Function; Geoph.Prospl. 21, S.660-703, 1973.

Danksagung:

Die vorliegende Arbeit wurde am Institut für Allgemeine und Angewandte Geophysik der Universität München gefertigt. Der zur Forschung nötige Freiraum und ein hervorragender Teamgeist hat dort immer bestanden. Die fröhliche und ungezwungene Atmosphäre in den Räumen dieses Instituts werden mir immer in positiver Erinnerung bleiben.

Ich möchte mich an dieser Stelle ganz besonders bei Herrn Professor Dr. G. Angenheister, meinem hochverehrten und hochgeschätzten Lehrer, für die stetige Förderung meiner Studien vor und während des Entstehens dieser Arbeit bedanken. Nicht nur seine zahlreichen Anregungen und Ratschläge, sondern auch die stets von Güte getragenen kritischen Einwände haben mir sehr geholfen und mir die Freude an der Arbeit immer erhalten.

Auch bei Herrn Professor Dr. H. Soffel, dem Leiter des Instituts für Allgemeine und Angewandte Geophysik der Universität München, möchte ich mich recht herzlich für die Förderung der Arbeit und die kritische Durchsicht des Manuskripts bedanken.

Bei Herrn Dr. A. Berkold, dem Leiter der Arbeitsgruppe Geoelektrik, möchte ich mich ganz herzlich für die langjährige und vertrauensvolle Zusammenarbeit bedanken. Er war stets Ansprechpartner und hat mir in zahllosen Gesprächen und Diskussionen vieles von dem näher gebracht, was theoretische Grundlage dieser Arbeit ist. Auch die finanzielle Absicherung während des Entstehens dieser Arbeit verdanke ich Herrn Dr. A. Berkold, der mit großem persönlichem Engagement viele Forschungs-Projekte initiierte.

Herrn Dipl.Geoph. U. Teufel bin ich zu großem kameradschaftlichem Dank verpflichtet. Er hat nicht nur die mühevollen Kleinarbeit der kritischen Durchsicht aller Formeln dieser Arbeit übernommen, sondern hat mir auch während der Registrierung und

Auswertung des Datenmaterials viel geholfen. Seine Hilfe war immer von echter Freundschaft geprägt.

Bei Herrn Dr. M. Beblo bedanke ich mich für die immerwährende Bereitschaft Fragen der Hard- und Software-Konfiguration zu klären.

Bei Herrn Dipl.Geoph. V. Liebig, bedanke ich mich für die freundschaftliche Hilfe und die vielen Ratschläge bei der Einarbeitung in das Hardware-Konzept der Meßapparatur.

Bedanken möchte ich mich auch bei Herrn. Dipl.Geoph. G. Schreier, der mir sehr bei der Einarbeitung in die komplexen Programme zur Steuerung der Meßapparatur geholfen hat.

Auch bei Herrn Dr. P. Neurieder möchte ich mich ganz herzlich bedanken. Mit seiner Erfahrung und Sachkenntnis auf dem Gebiet der Magnetotellurik und ihrer Datenverarbeitung hat er mir in vielen Fragen helfen können.

Herrn Spitzfaden danke ich vielmals für seine Hilfe bei elektronischen Problemen. Er fand für nahezu alle instrumentellen Probleme eine Lösung und hat damit so manches Meßprogramm gerettet.

Allen hier nicht genannten Mitgliedern des Instituts, die durch ihre tatkräftige Mithilfe bei Meßfahrten das nötige Datenmaterial beschafften, danke ich auf diesem Wege noch einmal ganz herzlich.

Bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft bedanke ich mich für die finanzielle Unterstützung.

Daß die Datenauswertung so reibungslos ablief, liegt in der Verantwortung der Mitarbeiter des Leibniz-Rechenzentrums der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, denen ich dafür recht herzlich danke.

Lebenslauf:

Ich, Hansjörg Dittus, wurde am 15. Juni 1957 in Stuttgart geboren. Meine Mutter ist Frau Lieselotte Dittus, geb. Erhard, mein Vater ist der Gymnasial-Lehrer Wolfgang Dittus.

Ich besuchte die Schule in Stuttgart und machte im Juni 1976 am Eberhard-Ludwigs-Gymnasium, Stuttgart, mein Abitur.

Von Juli 1976 bis September 1977 absolvierte ich meinen Grundwehrdienst.

Zum Winter-Semester 1977/78 begann ich an der Ludwig-Maximilians-Universität, München, mein Studium im Fach Geophysik. An derselben Universität machte ich im September 1979 das Vordiplom und im Juni 1983 das Hauptdiplom. Danach war ich für ein Promotions-Studium im Fach Geophysik eingeschrieben.

Von Januar 1984 bis Mai 1984 war ich wissenschaftliche Hilfskraft und seit Juni 1984 bin ich wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Allgemeine und Angewandte Geophysik der Universität München.

Seit dem 22. November 1985 bin ich mit Frau Marianne Dittus, geb. Dodt, verheiratet.

